

Elektrolytische Ätzung von Kathodenspitzen für das Feldelektronenmikroskop.

Von F. W. NIEMECK und D. RUPPIN, Berlin.

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 6. August 1953.)

1. Einleitung.

Im Feldelektronenmikroskop werden bekanntlich Kathoden verwendet, deren wesentlicher Teil eine Spitze mit einem Krümmungsradius von höchstens 10000 ÅE ist. Das von E. MÜLLER [1] angegebene Verfahren zur Ätzung solcher Spitzen erfordert große Übung und liefert nicht immer brauchbare Resultate. Es sind daher in den letzten Jahren einige elektrolytische Verfahren angegeben worden, die den Ätzvorgang leichter zu kontrollieren gestatten, in der Anwendung jedoch nicht viel einfacher sind.

M. K. WILKINSON [2] gibt zwei Verfahren an, bei denen er 0,6n-NaOH als Elektrolyt verwendet und bei 10 V Wechselspannung in einem Glasgefäß, das mit Nickel als Kathode ausgekleidet ist, elektrolysiert.

Bei der sogenannten „meter method“ wird der senkrecht in den Elektrolyten eintauchende Wolframdraht ununterbrochen der Einwirkung des Stromes ausgesetzt, bis die Stromstärke durch das Dünnwerden des Drahtes merklich abzufallen beginnt. Sofern es gelingt, die Spannung abzuschalten, bevor der Strom völlig auf Null abgesunken ist, erhält man Spitzen, deren Radien nach den von WILKINSON im Lichtmikroskop vorgenommenen Schätzungen zwischen 1000 und 10000 ÅE liegen. Die Ausbeute an wirklich brauchbaren Spitzen scheint nicht sehr groß zu sein, denn: „... the shafts leading to the points are also very thin, and many were broken when the experimental tube was assembled.“

Bei dem zweiten, von WILKINSON als „dipping method“ bezeichneten Verfahren, wird der Draht bei abgeschalteter Spannung in den Elektrolyten eingetaucht. Dann wird die Spannung angelegt, und der Draht wird langsam und stetig aus der Lösung herausgezogen. Dieser Prozeß wird so oft wiederholt, bis sich eine feine Spitze ausgebildet hat. Das Ausmaß der Abtragung muß dabei nach jedem Eintauchen unter dem Mikroskop kontrolliert werden. Dieses Verfahren erfordert offenbar große Geschicklichkeit und scheint den Erfolg nicht in jedem Falle zu garantieren, denn WILKINSON bemerkt dazu: „...actually a method of trial and error.“

Der „dipping method“ ähnlich ist das „Elektropolierverfahren“, das H.W.SCHLEICHER [3] kürzlich angegeben hat. In einen Überchlorsäure-Essigsäure-Elektrolyten, über dessen Zusammensetzung keine Angaben vorliegen, wird der zu ätzende Draht wiederholt kurzzeitig eingetaucht. Zur Beschleunigung der Ätzung wird zwischendurch — offenbar als Spülbad — verdünnte Salzsäure angewendet. Über Stromart und Spannung sind keine Angaben gemacht worden.

Von der Industrie werden auf ähnliche Weise [4] dünne Drähte „angespitzt“. Die Krümmungsradien der Spitzen sind dabei jedoch größer als 10⁵ ÅE, ent-

sprechen also nicht den Anforderungen für Feldemissionskathoden.

Alle erwähnten Verfahren liefern Spitzen, deren konischer Teil bis zu einem Millimeter lang ist. Die Bruchgefahr ist infolgedessen sehr groß, insbesondere wenn die Kathoden einige Male ausgeheizt worden sind. Um die bisher aufgetretenen Mängel zu beheben, wurde von uns ein elektrolytisches Verfahren entwickelt, das bereits seit längerer Zeit im hiesigen Institut mit Erfolg angewendet wird.

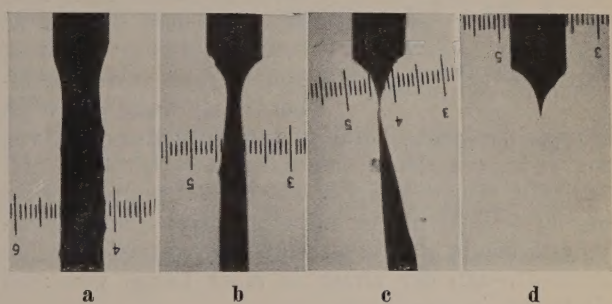


Abb. 1. Abtragung der Anode im Verlauf der Elektrolyse. Zeitlicher Abstand von Aufnahme zu Aufnahme je 50 sec. Vergr. 80fach (1 Skalenteil = 1/100 mm)¹.

¹ Gilt auch für die Skalen der folgenden Abbildungen.

2. Durchführung des Verfahrens.

Bei der anodischen Auflösung dünner Kupferdrähte, die senkrecht in eine Kupfersulfatlösung eintauchten, wurde bei höheren Stromdichten (>2A/cm²) beobachtet, daß der Draht unmittelbar unter der Oberfläche des Elektrolyten am stärksten abgetragen wird. Der Verlauf der Abtragung geht aus den in gleichen Zeitabständen aufgenommenen Abb. 1a—d hervor.

Diese Erscheinung ist auf die Konzentrationspolarisation in der Umgebung des Drahtes zurückzuführen. Zu Beginn der Elektrolyse bildet sich konzentrisch um den Draht eine mit Kupfersulfat angereicherte Schicht aus, die die Stromdichte erheblich herabsetzt und infolge ihres höheren spezifischen Gewichtes am Draht abzusinken beginnt. Man kann den Vorgang nach der Schlierenmethode auf dem Projektionsschirm deutlich verfolgen. Das Absinken führt zur laufenden Nachbildung der Schicht am oberen Ende des Drahtes, d.h. unmittelbar unter der Oberfläche des Elektrolyten tritt ein Maximum der Stromdichte auf.

Führt man die Elektrolyse soweit durch, daß der Draht an der Einschnürungsstelle durchgeätzt wird, so erhält man zwei Spitzen, von denen die untere abfällt, während die obere ihrer Form und Oberflächenbeschaffenheit nach als Kathode für das Feldelektronenmikroskop brauchbar ist. Dieser Effekt tritt unter geeigneten Bedingungen auch bei der anodischen Auflösung von Drähten aus anderen Metallen auf.

Schwierig ist bei diesem Verfahren, wie auch bei der „meter method“ WILKINSONS, die rechtzeitige Unterbrechung des Stromes, die dem Beobachter nur selten gelingt. Es erschien deshalb zweckmäßig, die Stromabschaltung mit dem Reißvorgang zu koppeln, um subjektive Einflüsse weitgehend auszuschalten. Das gelang in der folgenden Anordnung (Abb. 2):

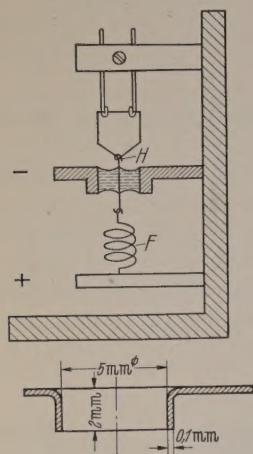


Abb. 2.
Schema der Ätzvorrichtung.

Die positive Stromzuführung erfolgt über eine von unten in ein Häkchen des Wolframdrahtes eingehängte, sehr weiche Platinfeder *F*. Unmittelbar vor Beginn der Ätzung wird mit einer Pipette soviel Elektrolytlösung in die Aufbördelung des Kathodenbleches gebracht, daß der Draht in einer Länge von zwei Millimeter benetzt wird.

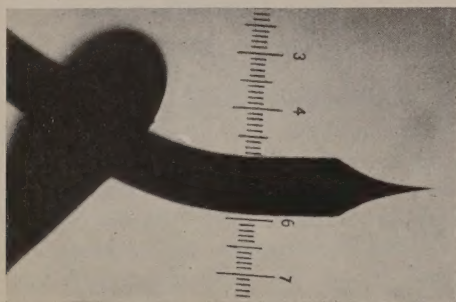


Abb. 3. Gesamtansicht einer Spitze mit Halterungsöse. Vergr. 80fach.

Um die Zentrierung des Drahtes zu erleichtern und mechanische Beschädigungen bei der Entnahme der fertigen Spitzen zu vermeiden, ist das Nickelblech an einem Kreutzisch befestigt, der ebenso wie die Feder *F* mit einer Schraubspindel auch in senkrechter Richtung verstellt werden kann. Auf diese Weise ist es möglich, die Öse *H* der Feldemissionskathode unmittelbar an die Oberfläche des Tropfens heranzubringen und den Schaft der Spitze sehr kurz zu halten.

In der beschriebenen Apparatur wurden die Einflüsse der Konzentration des Elektrolyten, der angelegten Spannung und der Stromart auf die Ausbildung der Spitzen untersucht. Aus den Versuchsreihen wurde jeweils eine Anzahl der gewonnenen Spitzen im elektrostatischen Elektronenmikroskop (AEG/Zeiss) betrachtet.

Die Untersuchungen ergaben, daß die für die angestrebte Spitzenform wesentliche, engbegrenzte Einschnürung bei Wolframdrähten (0,1 mm Ø) am inten-

sivsten auftritt, wenn man die Ätzung bei 18–25° C durchführt, als Elektrolyten 0,6n-NaOH verwendet und etwa 10 V Gleichspannung an die Elektroden legt. Die Stromstärke hängt dabei wesentlich von der Höhe des Tropfens ab. Bei einer Tropfenhöhe von etwa 2 mm fällt die Stromstärke von einem Anfangswert um 4 mA langsam bis auf etwa 0,1 mA ab. Als Kriterium für den störungsfreien Beginn der Ätzung kann das Ausmaß der Polarisation gelten: Zu Beginn der Elektrolyse darf eine Änderung der Spannung um ± 3 V keinen Einfluß auf die Stromstärke haben, da die Spannungsänderungen lediglich Änderungen der Stärke der polarisierenden Flüssigkeitsschicht, nicht aber der Abscheidungsverhältnisse bewirken sollen (Grenzstrom). Nach etwa drei Minuten ist der Prozeß beendet; der Wolframdraht reißt an der Einschnürungsstelle, und der untere Teil fällt ab, wodurch der Strom automatisch unterbrochen wird.

3. Ergebnis.

Wie die Auswertung der elektronenmikroskopischen Aufnahmen ergeben hat, beträgt der Krümmungsradius der nach diesem Verfahren hergestellten Spitzen 800–1500 ÅE (Abb. 4).

Eine Abweichung von den angegebenen Bedingungen hat keinen Einfluß auf den Krümmungsradius. Erst bei wesentlich höheren Spannungen (> 20 V), bei denen zugleich lebhaft Gasentwicklung eintritt, kommt es vor, daß der Draht infolge der an der Einschnürungsstelle auftretenden Stromwärme schmilzt. Am äußersten Ende der Spitze bildet sich dann unter dem Einfluß der Oberflächenspannung ein Schmelztropfen aus (Abb. 5).

Der konische Teil der Spitzen ist in allen Fällen verhältnismäßig glatt (s. Abb. 3–7).

Von wesentlicher Bedeutung ist die Einhaltung der angegebenen Bedingungen für die Spitzenform. In Abb. 3 ist die Gestalt der Spitzen zu erkennen, die sich bei störungsfreiem Verlauf der Elektrolyse ausbildet.

Die Länge des konischen Teiles ist stets kleiner als 0,3 mm und kann in einzelnen Fällen 0,1 mm betragen.

Abweichungen von der in Abb. 3 erkennbaren Form können durch Gasblasen verursacht werden, die sich am Draht absetzen und den Zutritt des Elektrolyten zu diesen Stellen verhindern. Einen auf diese Weise entstandenen Buckel zeigt die Spitze in Abbildung 6. Die Gasbläschen lassen sich in den meisten Fällen durch leichte Erschütterungen des Kathodenbleches gleich zu Beginn des Ätzvorganges entfernen.

Bei höheren Spannungen, insbesondere aber bei Verwendung von Wechselstrom, treten Abweichungen bei der Spitzenform auf, da in diesen Fällen die regelmäßige Ausbildung der Polarisationsschicht durch Gasentwicklung gestört wird. Abb. 7 zeigt eine bei 10 V Wechselspannung geätzte Spitze, an der die für

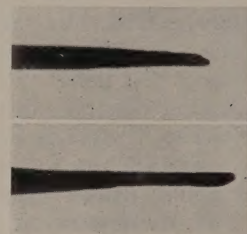


Abb. 4. Stärkste Vergrößerung von Spitzen im Elektronenmikroskop. Vergr. 16000 fach.

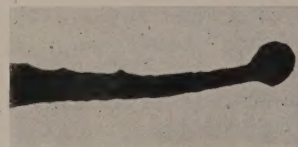


Abb. 5. Fehlerhafte Spitze mit Schmelztropfen. Vergr. 16000 fach.

Wechselstromätzung charakteristische „Florettform“ deutlich zu erkennen ist.

Es ist darauf zu achten, daß nur frisch hergestellte Elektrolytlösungen mit hohem Reinheitsgrad verwendet werden (NaOH p. a. MERCK), da schon geringfügige Verunreinigungen den Ätzzvorgang stören können.

Es empfiehlt sich außerdem, die Ätzworrichtung erschütterungsfrei aufzustellen, da Erschütterungen gegen Ende des Prozesses ein vorzeitiges Reißen des Drahtes zur Folge haben können.

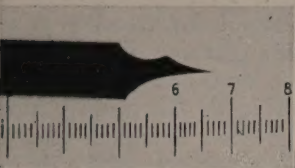


Abb. 6. Spitze mit Formstörung durch Gasblase. Vergr. 80fach.

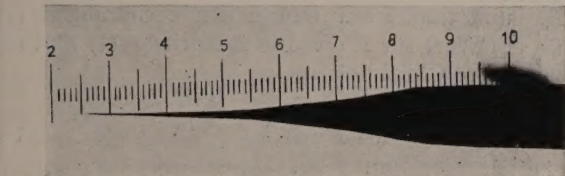


Abb. 7. Bei 10 V Wechselspannung geätzte Spitze. Vergr. 80fach.

4. Schlußbemerkung.

Das beschriebene Verfahren hat gegenüber den bisher bekannten wesentliche Vorteile. Die Ätzung kann praktisch ohne Kontrolle in wenigen Minuten durchgeführt werden. Bei einer Ausbeute von mindestens 90% weichen die Spitzen in Form und Länge

nur geringfügig voneinander ab. Der Krümmungsradius liegt in dem engen Bereich von 800–1500 ÅE. Nach Aufsuchen geeigneter Bedingungen läßt sich das Verfahren auch für die Ätzung anderer Metalle verwenden.

Herrn Prof. Dr. C. RAMSAUER sei für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele gute Ratschläge gedankt, ebenso Herrn Dipl.-Ing. KRÄMER für die Unterstützung bei der Anfertigung der zahlreichen elektronenmikroskopischen Aufnahmen.

Zusammenfassung.

Es wird über ein einfaches und sicheres Verfahren zur elektrolytischen Ätzung von Wolframspitzen, wie sie als Kathoden im Feldelektronenmikroskop verwendet werden, berichtet. An senkrecht in einen wässrigen Elektrolyten eintauchenden Metalldrähten, die als Anode geschaltet sind, bildet sich bei höheren Stromdichten eine ungleichmäßige Konzentrationspolarisation aus, die ein Maximum der Abtragung des Drahtes unmittelbar unterhalb der Oberfläche des Elektrolyten zur Folge hat. Unter geeigneten Bedingungen läßt sich dieser Effekt zur Herstellung außerordentlich kurzer Spitzen ausnutzen, die einen Krümmungsradius zwischen 800 und 1500 ÅE besitzen.

Literatur. [1] MÜLLER, E.: Z. Physik **106**, 541 (1937). — [2] WILKINSON, M. K.: Private Mitteilung. — [3] SCHLEICHER, H. W.: Z. Naturforschg. **7a**, 471 (1952). — [4] GRUNDFEST, H. u. Mitarbeiter: Rev. Scient. Instr. **21**, 360 (1950).

F. W. NIEMECK u. D. RUPPIN, Berlin,
Physikalisches Institut der Technischen Universität.

Die Bestimmung der Temperatur der zylindrischen Säule einer Xenon-Hochdruckentladung.

Von HERBERT SCHIRMER*.

(Osram-Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung, Berlin.)

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 6. August 1953.)

1. Einleitung.

Ausgehend von der Annahme, daß die Säule des Xenon-Hochdruckbogens durch einen Mittelwert $\bar{\kappa}$ dargestellt werden kann [2], wurde in einer früheren Arbeit die Abhängigkeit der Leuchtdichte und der Strahlung von der Temperatur untersucht [3]. Die Änderung des von der Wellenlänge unabhängigen Absorptionskoeffizienten $\bar{\kappa}$ mit der Temperatur kann im Anschluß an die KRAMERSsche Theorie [3] [4] durch den Ausdruck

$$\bar{\kappa} = K \frac{p}{T^3} e^{-\frac{eV_i}{kT}} \quad (1)$$

beschrieben werden (p Druck, T Temperatur, V_i Ionisierungsspannung). K ist eine zu bestimmende Größe, die unabhängig von der Temperatur als Konstante betrachtet werden kann (s. Kap. 3 und 9). Bei Kenntnis dieser Konstanten K ist es möglich, aus Messungen der Leuchtdichteverteilung über den Bogenquerschnitt die Abhängigkeit der Temperatur vom Radius zu ermitteln. Weiterhin kann aus Leuchtdichtemessungen allein bei beliebigen (Kurbogen-) Entladun-

gen die Temperatur berechnet werden, wie in [3] beschrieben worden ist.

Denkt man sich, wie im folgenden noch genauer ausgeführt werden wird, die wirkliche Säule ersetzt durch eine Säule überall gleichförmiger (effektiver) Temperatur T_{eff} vom (effektiven) Radius R_{eff} , also durch eine Entladung ohne Temperaturabfall zum Rande hin (Kanalmmodell), so kann für die Leuchtdichte einer aus optisch dünner Schicht strahlenden Säule angesetzt werden [3]

$$B = (\bar{\kappa} \bar{l}) B_0; \quad (2)$$

allgemein ist im Falle beliebiger optischer Tiefe

$$B = (1 - e^{-\bar{\kappa} \bar{l}}) B_0. \quad (2a)$$

Hier ist B_0 die Leuchtdichte des schwarzen Körpers bei der Temperatur T_{eff} , \bar{l} ist die mittlere geometrische Tiefe, B die gemessene Leuchtdichte der Säule.

Als kontinuierliche Gesamtstrahlung eines grauen Strahlers in W/cm², bezogen auf den Raumwinkel 4π , ergibt sich im Falle optisch dünner Schicht

$$S^* = \bar{\kappa} a c T^4 \quad (3)$$

* Auszugsweise vorgetragen auf der Tagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Berlin am 30. 9. 1952 [1].

¹ Auf die Volumeneinheit bezogene Größen werden (nach ELENBAAS) durch einen Stern (*) gekennzeichnet.

mit $a = 7,57 \cdot 10^{-15} \text{ erg/cm}^3 \text{ grad}^4$, $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$,
 $4\sigma = a \cdot c$.

Ist T_{eff} bekannt, so ist mittels (2) aus beobachtetem B bei bekanntem \bar{l} die Größe $\bar{\kappa}(T_{\text{eff}})$ berechenbar und damit aus (1) der Wert $K \cdot p$ bei gegebenem V_i . Messungen der Leuchtdichte-Verteilung ermöglichen dann die Untersuchung der maßgeblichen Größen der Bogenentladung in Abhängigkeit vom Radius.

Die Berechnung der Temperatur T_{eff} im Sonderfall einer zylindrischen Säule wird nach einer von P. SCHULZ [5] angegebenen Methode mit Hilfe der SAHA-Gleichung aus der im Bogen umgesetzten elektrischen Energie durchgeführt. Dazu ist nach Festlegung des effektiven Radius R_{eff} (Kap. 2) und der Ionisierungsspannung (Kap. 3) eine Untersuchung über die Beweglichkeit der Elektronen und damit über die diese bedingenden Atom- und Ionenquerschnitte notwendig (Kap. 4). Nach Berücksichtigung der Elektrodenverluste (Kap. 5) sind sämtliche Zustandsdaten der untersuchten Entladung berechenbar (Kap. 6); der Einfluß der örtlich variablen Temperatur auf die Abstrahlung kann nun berücksichtigt werden (Kap. 7). Aus $T = T(r)$ läßt sich schließlich bei vorgegebenem Fülldruck der Druck p im Entladungsgefäß berechnen und damit aus $K \cdot p$ die Konstante K selbst (Kap. 8), die mit einer aus der KRAMERSschen Theorie folgenden entsprechenden Größe verglichen werden kann (Kap. 9).

Zur Untersuchung wurde eine von uns entwickelte wassergekühlte Xenon-Hochdrucklampe verwandt, die eine Leistungsaufnahme von 6000 W aufwies bei einer Bogenlänge von 11 cm und einem Bogen Durchmesser von 0,7 cm [6] [7].

2. Die Bestimmung des effektiven Radius R_{eff} der zylindrischen Säule.

Zur Durchführung der folgenden Betrachtung wird die zylinderförmige Säule durch eine gleichförmige Säule („Effektivsäule“) konstanter Temperatur T_{eff} vom Radius R_{eff} ersetzt gedacht [8], was, wie die schließlich Ergebnisse zeigen werden, im Falle der Xenonlampen mit großer Näherung zulässig ist. Gefordert wird, daß die effektive Säule dieselbe elektrische Leistungsaufnahme und dieselbe Abstrahlung aufweist wie die wirkliche Säule. Diese beiden Forderungen legen eindeutig T_{eff} und R_{eff} fest.

Es soll mithin sein:

$$R_{\text{eff}}^2 j(T_{\text{eff}}) = \int_0^{R_0} j dr^2, \quad (4)$$

$$R_{\text{eff}}^2 S^*(T_{\text{eff}}) = \int_0^{R_0} S^* dr^2. \quad (5)$$

(j Stromdichte in A/cm², S^* Energie der Strahlung je Volumeneinheit in W/cm³, R_0 Radius der Kapillare). Da wir zwecks Berücksichtigung der Linienstrahlung die gesamte Strahlung je Volumeneinheit S_{ges}^* (Kontinuum + Linienstrahlung) ansetzen zu

$$S_{\text{ges}}^* = 1,25 S^*, \quad (6)$$

so dürfen wir Gleichung (5) nicht nur für S_{ges}^* (auf die sie sich ursprünglich bezieht), sondern auch für die Strahlungsenergie je Volumeneinheit des Kontinuums S^* in Anspruch nehmen.

Der Radius R_{eff} läßt sich aus der Messung der Leuchtdichte-Verteilung $B(z)$ der Säule bestimmen (s. Abb. 1).

Aus der durch eine Messung der Leuchtdichte-Verteilung bekannten Verteilungskurve $B(z)$ wird nach HÖRMANN [9] mittels einer Integralgleichung vom ABELSchen Typ $I^*(r)$ (die Lichtstärke pro Volumeneinheit in cd/cm³) berechnet. Hieraus findet man durch Division mit dem Faktor A der visuellen Ausbeute (unter Beachtung eines Faktors für die Reflexion im Glaszylinder) die Verteilung der Strahlungsleistungsdichte $S^*(r)$ in W/cm³. Die visuelle Ausbeute der Gesamtstrahlung A eines Strahlers ist das Verhältnis der Zahl der abgegebenen Candela sichtbaren Lichts zur Wattzahl der gesamten kontinuierlichen Strahlung aller Wellenlängen [3]. Durch Ansetzen eines plausibel erscheinenden Näherungswertes für R_{eff} ergibt sich über die SAHA-Gleichung mittels der noch zu erklärenden Methode (Kap. 4) ein Wert für T_{eff} und damit auf Grund der Gleichungen (1) und (2) ein Wert für $K \cdot p$. Die Ausdrücke (1) und (3) führen zu der Gleichung

$$S^* = (K p a c) T e^{-\frac{e V_i}{k T}}, \quad (7)$$

aus der mit Hilfe der bekannten Verteilung $S^*(r)$ nun $T = T(r)$ berechnet werden kann. Dieses $T = T(r)$ muß dann (wieder über SAHA-Gleichung und Beweglichkeit) zu einem $j = j(r)$ führen derart, daß $\pi \int_0^{R_0} j dr^2$ gleich der gesamten (bekannten) Stromaufnahme des Bogens ist (Abb. 1). Die Rechnung ist mit verschiedenen gewählten R_{eff} -Werten so lange zu wiederholen, bis die Integration der Stromdichte j über den Querschnitt den bekannten Strom J liefert.

Gleichung (7) für die Gesamtstrahlung ist praktisch identisch mit der gewöhnlich angewandten Formel zur Berechnung der kontinuierlichen Strahlung [8]

$$S^* = C p e^{-\frac{e V_i}{k T}} \quad (7a)$$

(C Konstante), da die erste Potenz von T in (7) gegenüber der e -Funktion nicht ins Gewicht fällt. $\bar{\kappa}$ nach (3) ist gleich dem über die PLANCK-Funktion $E_{0\lambda}$ als Gewichtsfunktion gemittelten Wert von κ_λ :

$$\bar{\kappa} = \frac{\int \kappa_\lambda E_{0\lambda} d\lambda}{\int E_{0\lambda} d\lambda}.$$

Da die Größe K in (1) und (7) empirisch bestimmt worden ist, sind Gleichungen (7) und (3) als gute Beschreibung der Gesamtstrahlung anzusehen, unabhängig von der spektralen Intensitätsverteilung der Xenonsäule. Eine Untersuchung der Energiebilanz im einzelnen mittels der ELENBAAS-HELLERSchen Differentialgleichung bestätigt diese Folgerungen quantitativ.

Zur Berechnung der beiden Unbekannten R_{eff} und T_{eff} nach der oben dargestellten Methode sind Gleichung (4) nach ELENBAAS und das in Kapitel 4 dargestellte Verfahren der Berechnung der Temperatur T_{eff} aus R_{eff} über SAHA-Gleichung und Beweglichkeit verwendet worden. Es muß nun noch gezeigt werden, daß auch Gleichung (5) nach ELENBAAS erfüllt ist.

Die visuelle Ausbeute A der Gesamtstrahlung eines Strahlers

$$A = \frac{I^*}{S^*} \quad (8)$$

st für einen schwarzen und auch für einen grauen Strahler für Temperaturen zwischen 7000°K und 8200°K in großer Näherung konstant gleich $7,5 \text{ cd/W}$ [3].

Wie das endgültige Ergebnis zeigt (Abb. 1), liegen die Temperaturen aller für die Ausstrahlung wesentlichen Schichten der untersuchten zylindrischen Säule zwischen diesen Werten, so daß

$$A = \text{const.} \quad (9)$$

für die Säule gesetzt werden kann.

Gleichung (5) geht nach Multiplikation mit (8) über in

$$R_{\text{eff}}^2 I^* (T_{\text{eff}}) = A (T_{\text{eff}}) \int_0^{R_0} S^*(T) dr^2 \quad (5a)$$

und wegen (9) nach Multiplikation mit $l\pi$ (l Länge der Säule) in

$$I = I(c d)$$

und ist damit identisch erfüllt. Die numerische Rechnung bestätigt dieses Ergebnis.

Die oben aufgestellten Forderungen sind damit alle erfüllt. Als Resultat ergab sich in unserem Falle, daß bei der untersuchten Entladung vom Kapillarradius $R_0 = 0,346 \text{ cm}$ der effektive Radius $R_{\text{eff}} = 0,314 \text{ cm}$ (gleich 91 % des Radius R_0) betrug.

3. Zur Erniedrigung der Ionisierungsspannung.

Die elektrischen Felder der Ladungsträger im Plasma bedingen eine Erniedrigung der Ionisierungsspannung von der Größenordnung einiger Zehntel Volt. Die Erniedrigung der Ionisierungsspannung ΔV_i ist mit Hilfe einer von UNSÖLD [10] angegebenen Formel für die Grenz-Quantenzahl n_g berechnet worden mittels des Ausdrucks

$$\Delta V_i = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} R h c \cdot 2 a \cdot Z_{\text{eff}} \left(1 + 2 \sqrt{\frac{Z_1}{Z_{\text{eff}}}}\right) n_i^{1/3} \quad (10)$$

R RYDBERG-Konstante, a Wasserstoffradius, Z_1 Ladung des störenden Ions, Z_{eff} effektive Kernladung des gestörten (Xenon-) Atoms, n_i Zahl der Ionen pro cm^3 .

Formel (10) kann auch mit guter Näherung dargestellt werden durch die Form ($Z_1 = 1$)

$$\Delta V_i = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} R h c \cdot 6 a \cdot Z_{\text{eff}}^{2/3} n_i^{1/3}, \quad (10a)$$

wie von UNSÖLD angegeben.

Nun lassen Spektralaufnahmen zwecks Untersuchung der noch auftretenden Linien bekannten oberen Niveaus für die wassergekühlte Xenon-Hochdrucklampe, deren effektive Temperatur zu 6820°K bestimmt wurde, eine Erniedrigung der Ionisierungsspannung um 0,4 Volt erkennen¹. Die wirksame Ionisierungsspannung ist also in dem hier betrachteten Fall zu 11,7 Volt anzusetzen.

Das Termschema zeigt, daß unterhalb der (erniedrigten) Ionisierungsspannung von 11,7 Volt um den Wert $u_n = 2,0 \text{ Volt}$ sich zahlreiche Niveaus angeregter Zustände befinden, die den für die Beschreibung der Abstrahlung in erster Linie maßgeblichen kurzwelligen Teil der beobachteten kontinuierlichen Strahlung im Sinne kontinuierlich-diskreter Übergänge bedingen.

Es kann, wenn wasserstoffähnlich gerechnet wird, angesetzt werden

$$Z_{\text{eff}} = n \sqrt{\frac{u_n}{R h c}}. \quad (11)$$

Setzt man (s. auch [11])

$$u_n = 2,0 \text{ Volt},$$

so ergibt sich mit $n=6$

$$Z_{\text{eff}} = 2,3. \quad (12)$$

Z_{eff} gemäß (12) führt nach (10) zu einer Erniedrigung der Ionisierungsspannung um 0,38 Volt, die mit der Messung in guter Übereinstimmung steht.

Für höhere Temperaturen, etwa für eine Temperatur von 10000° , ergibt sich eine mittlere Wellenlänge $\bar{\lambda}$ von 3760 \AA (gemittelt über die PLANCK-Funktion) [12], die den obigen Werten bei Berücksichtigung der mittleren thermischen Energie der Elektronen von 1,3 Volt genau entspricht. Die mit (10) errechneten ΔV_i führen mittels (12) auch bei diesen höheren Temperaturen, die vor allem bei den Plasmakugeln vor der Kathode der Kurzbogenentladungen auftreten, zu Ergebnissen, die in Übereinstimmung mit Absorptionsmessungen stehen, wie in [3] gezeigt wurde. Z_{eff} nach (12) ist also als eine gute Beschreibung der Verhältnisse für alle interessierenden Temperaturen bis oberhalb 10000°K anzusehen.

4. Die Berechnung der Temperatur aus aufgenommener elektrischer Energie und SAHA-Gleichung.

Der folgende Weg der Berechnung der Temperatur aus aufgenommener elektrischer Energie und SAHA-Gleichung ist schon von P. SCHULZ [5] beschritten worden, wenn auch in technisch etwas anderer Form als hier.

Aus

$$j = e n_e b_e G^1 \quad (13)$$

(j Stromdichte, n_e Zahl der Elektronen pro cm^3 , b_e Beweglichkeit der Elektronen, G Feldstärke (Gradient)) ist mit Hilfe der SAHA-Gleichung für n_e aus der Beweglichkeit b_e bei bekanntem j und gegebenem G die Temperatur berechenbar, die als Elektronentemperatur aufgefaßt werden darf [8], [13]. Es wird j durch j_{eff} ersetzt und dementsprechend ein T_{eff} berechnet im Sinne des Begriffs des Effektivbogens unter Zugrundelegung des gemäß ELENBAAS definierten R_{eff} .

Aus der SAHA-Gleichung [14]

$$\frac{x^2}{1-x^2} = \frac{2 U_i (2\pi m)^{3/2} (k T)^{5/2}}{U_a h^3} \frac{1}{p} e^{-\frac{e V_i}{k T}} \quad (14)$$

kann der Ionisierungsgrad x berechnet werden, der mit der Zahl der ursprünglich (vor der Ionisation) vorhandenen neutralen Atome pro cm^3 n multipliziert die Zahl der Ionen n_i bzw. Elektronen n_e pro cm^3 liefert. n errechnet sich aus dem gegebenen Gesamtdruck p mittels

$$n = \frac{p}{k T} \frac{1}{1+x}. \quad (15)$$

Weiterhin ist die Zahl der jeweilig vorhandenen (noch nicht ionisierten) Atome n_a in der Volumeneinheit

$$n_a = (1-x) n. \quad (16)$$

Die Zustandssummen U_i und U_a können im Falle des Xenons und auch des Kryptons mit großer Näherung durch die Gewichte der Grundzustände g_i und g_a

¹ Der von den Ionen getragene Strom beträgt $\sim 0,2\%$ des Elektronenstroms und kann daher vernachlässigt werden [13].

¹ Nach unveröffentlichten Messungen von H. GRABNER.

ersetzt, d.h., zu 6 bzw. 1 angesetzt werden, so daß der Gewichtsfaktor für Xenon gleich 12 ist [4].

Im Falle der wassergekühlten Lampe ist der Ionisierungsgrad so klein (0,1 %), daß die Gleichungen (14), (15), (16) durch die einfacheren Formen

$$n_e = \sqrt{n_a} \sqrt{\frac{2 U_i}{U_a} \frac{(2 \pi m)^{3/4}}{h^{3/2}}} (k T)^{3/4} e^{-\frac{e V_i}{2 k T}}, \quad (14a)$$

$$n = n_a = \frac{p}{k T} \quad (15a)$$

mit weitaus ausreichender Näherung dargestellt werden.

Nun ist nach WEIZEL [14]

$$b_e = \frac{e}{m} \left(\frac{\lambda_e}{v} \right), \quad (17)$$

wobei die freie Weglänge der Elektronen λ_e gegeben ist durch [13]

$$\lambda_e = \frac{1}{n_a} \frac{1}{Q_a + \frac{n_i}{n_a} Q_i}. \quad (18)$$

Hier ist Q_a der Atomquerschnitt, Q_i der Ionenquerschnitt.

Die Mittelung über die MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen [15] liefert somit entsprechend (17) und (18)

$$b_e = \frac{e}{m} \frac{1}{n_a} \int_0^\infty \frac{1}{\left(Q_a + \frac{n_i}{n_a} Q_i \right) v} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{w^3} e^{-\frac{v^2}{w^2}} dv; \quad (19)$$

hierbei ist

$$w = \sqrt{\frac{2 k T}{m}}$$

die wahrscheinlichste Geschwindigkeit.

Wird

$$Q = Q_a + \frac{n_i}{n_a} Q_i$$

konstant angenommen, so liefert die Integration [14]

$$b_e = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \frac{e \lambda_e}{\sqrt{3} m k T}, \quad (20)$$

eine Formel, die mit einer schon von LENARD und H. F. MAYER auf ähnlichem Wege abgeleiteten übereinstimmt [16]. (Die häufig gebrauchte LANGEVINsche Beweglichkeitsformel dagegen ist mit Hilfe von Betrachtungen über Diffusionsvorgänge abgeleitet, während im elektrischen Felde die Elektronen zwischen zwei Zusammenstößen mit Gasatomen beschleunigt werden [17]).

Q_a ist aus Messungen des Wirkungsquerschnitts von RAMSAUER und KOLLATH berechenbar [18], Q_i kann entsprechend dem Vorgehen von GVOSDOVER [19] mittels Anwendung der (auf Elektronen bezogenen) RUTHERFORDSchen Streuformel angesetzt werden zu

$$Q_i(v) = 2 \pi \frac{e^4}{m^2 v^4} \ln \left(1 + \frac{m^2 v^4}{e^4} a_m^2 \right).$$

Hierbei wird die mittlere Maximalentfernung a_m eines Elektrons von einem Ion offenbar am besten beschrieben durch den Ausdruck

$$a_m = \frac{1}{\left(\frac{4}{3} \pi \right)^{1/3}} \frac{1}{n_i^{1/3}}.$$

Dann ergibt sich für $Q_i(v)$

$$Q_i(v) = 2 \pi \frac{e^4}{m^2 v^4} \ln \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{4}{3} \pi \right)^{2/3}} \frac{m^2 v^4}{e^4 n_i^{2/3}} \right). \quad (21)$$

Diese Formel beruht auf der Anwendung des COULOMBSchen Gesetzes, das infolge der Anwesenheit der anderen Ionen nicht vollständig erfüllt ist. Es kann jedoch gezeigt werden, daß die Raumladungserscheinungen, die zu einer Modifizierung des COULOMB-Potentials in der Form $\frac{1}{r} e^{-r/D}$ (D DEBYE-Radius) führen [20], wegen des sehr geringen Ionisierungsgrades bei der hier betrachteten wassergekühlten Lampe nur einen vernachlässigbar kleinen Einfluß haben.

Die Berechnung der Elektronenbeweglichkeit b_e ist mithin nach Gleichung (19) vorgenommen worden unter Verwendung der RAMSAUERSchen Messungen zur Berechnung der Q_a und Anwendung des Ausdruckes (21) für Q_i .

Nun ist in der Gleichung

$$\sigma = \frac{j}{G} = \frac{L^*}{G^2} = e n_e b_e$$

die rechte Seite für vorgegebene Temperaturen (etwa 6500°, 7000°, 7500°) berechenbar und in Form eines Kurvenbildes darstellbar.

Hierbei ist für n_a vorerst ein konstanter Wert eingesetzt worden, der sich aus Fülltemperatur und Fülldruck ergibt und als erste gute Näherung angesehen werden darf, da einerseits der brennende Bogen die Kapillare fast völlig ausfüllt, andererseits die Temperaturvariation über den Querschnitt, wie das Ergebnis (Abb. 1) erkennen läßt, nur gering ist. Das hier beschriebene Verfahren legt sodann näherungsweise den Innendruck der Entladung fest. Unter Zugrundelegung dieses Wertes kann daraufhin das rechnerische Verfahren ein zweites Mal wiederholt werden, nun jedoch mit n_a gemäß Gleichung (15a) in Abhängigkeit von vorgegebenen Temperaturwerten T . Die erneute exakte Durchrechnung liefert dann die endgültige Temperaturverteilung $T = T(r)$ (Abb. 1) und den endgültigen Betriebsdruck p (Kap. 8, (31)), der sich als identisch erweist mit dem mit Hilfe des Näherungsverfahrens gefundenen Druck, so daß damit die endgültigen Werte ermittelt sind.

Die der Säule zuzuschreibende effektive elektrische Leistung pro cm^3

$$L_{eff}^* = j_{eff} \cdot G = \frac{L}{l \cdot \pi R_{eff}^2}$$

ist von R_{eff} abhängig, da voraussetzungsgemäß die wahre Säule durch die effektive Säule von gleichem L ersetzt wird. Da L , die auf die Säule der Hochdruckentladung bezogene elektrische Leistung, bekannt ist, (s. Kap. 5), ist bei vorgegebenem R_{eff} auch L_{eff}^* und damit T_{eff} bekannt. R_{eff} muß so gewählt werden, daß die Rechnung zum Gesamtstrom J führt, wie bereits klargestellt (Kap. 2).

Die ambipolare Diffusion spielt keine Rolle. Jede Trägersorte transportiert mittels ambipolarer Diffusion einen Strom der Stromdichte

$$j_{amb}^{(D)} = \frac{2}{\sqrt{\frac{M}{m}}} \cdot k T \cdot b_e \cdot \text{grad } n_e \quad (22)$$

zur Wand [13]. Da die Wand isoliert ist, fließt kein Strom; Elektronen und positive Ionen neutralisieren sich. Infolgedessen ist der ambipolare Diffusionskoeffizient im wesentlichen bedingt durch den (sehr kleinen) Diffusionskoeffizienten der schweren Ionen, was in der obigen Formel formal durch die Wurzel im Nenner zum Ausdruck kommt. Bei einem inneren Radius $R_0 = 0,346$ cm möge an der Stelle $r = 0,344$ cm noch mit einer Temperatur von $T = 5500^\circ$ gerechnet werden. b_e ist von der Größenordnung 10^6 , grad n_e von der Größenordnung 10^{18} (in cgs-Einheiten) anzusetzen. Die ambipolare Diffusion würde also für jede Trägersorte eine Stromdichte von etwa 1 A/cm^2 ergeben bei Stromdichten von 19 A/cm^2 an der Stelle $r = 0,344$ cm und 120 A/cm^2 bei $r = 0,000$ cm, bedingt durch die Drift im elektrischen Feld. Die ambipolare Diffusion kann also nur eine geringfügige Änderung der allgemeinen Driftbewegung der Elektronen verursachen und kann daher ohne weiteres vernachlässigt werden.

Auch die Diffusion in Längsrichtung der Entladung infolge verschiedener Trägerkonzentration ist ohne jeden Einfluß. Die Säule der wassergekühlten Lampe zeigt keine wesentliche Änderung der Leuchtdichte in der Längsrichtung der Lampe, abgesehen von der Umgebung der Plasmakugel. Eine Temperaturdifferenz von 50° über eine Strecke von 2 cm dürfte in der Mitte des Bogens nicht erreicht werden.

Dies würde gemäß [13]

$$j_e^{(D)} = b_e \cdot k T \cdot \text{grad } n_e \quad (23)$$

eine zusätzliche Stromdichte von $0,5 \text{ A/cm}^2$ bedingen gegenüber einer effektiven Stromdichte von 114 A/cm^2 , verursacht durch die Drift im elektrischen Feld. Auch die Diffusion infolge verschiedener Trägerkonzentration darf innerhalb der Säule der wassergekühlten Lampe vollständig vernachlässigt werden.

Zweifach ionisierte Xenonatome sind bei den obigen Betrachtungen ohne jede Bedeutung, da ihre Zahl, wie die Saha-Gleichung zeigt, um den Faktor 10^{10} geringer ist als die der einfach ionisierten Teilchen.

5. Die Berücksichtigung der Elektrodenverluste und der Energie der Plasmakugel.

Zum Zwecke der Durchführung obiger Betrachtungen muß die elektrische Leistung L , bezogen auf die Säule einer wassergekühlten Xenon-Hochdrucklampe, bekannt sein. Unmittelbar gegeben ist jedoch nur die gesamte zur Entladung gehörende Leistung N . Um daraus L zu ermitteln, müssen von N (als Korrekturgrößen) die Elektrodenverluste und auch die in der Plasmakugel (vor der Kathode) steckende Energie abgezogen werden.

Infolge der Erhitzung der Elektroden führen diese durch das umhüllende Quarzröhrchen Wärme an das Kühlwasser ab. Auf Grund des beobachtbaren Temperaturabfalls vom Kopf der Elektroden in der Längsrichtung kann mittels der (von der Temperatur abhängigen) Wärmeleitfähigkeit für Quarz der Energieverlust offenbar berechnet werden. Die Rechnung ergibt für den Energieverlust an der Anode rund 225 Watt, an der Kathode rund 90 Watt. Dazu kommt eine Abstrahlung von etwa 75 Watt. Die Wärmezufuhr von der Säule auf Grund der Wärmeleitung kann zu 70 Watt, die Zustrahlung von der Säule zu 25 Watt veranschlagt werden. Es ergibt

sich damit ein Elektrodenverlust von etwa 300 Watt, der einem Elektrodenfall von insgesamt 8 Volt entspricht.

Die Plasmakugel hat, wie durch Messung festgestellt wurde, eine Leuchtdichte von 41500 cd/cm^2 bei einem Durchmesser von $0,115$ cm. Die hier dargestellte Methode ermöglicht es, die Strahlungsleistung der Plasmakugel zu rund 70 Watt zu berechnen bei einer Temperatur von 8570° . Die gesamte elektrische Leistung in der Plasmakugel kann damit zu 100 Watt angesetzt werden. Bei einer Lampenleistung von 6000 Watt ergibt sich also für die Säule 5600 Watt; die Plasmakugel nimmt etwa 3 Volt auf. An der Säule liegt also eine Spannung der Größe $U = 11$ Volt.

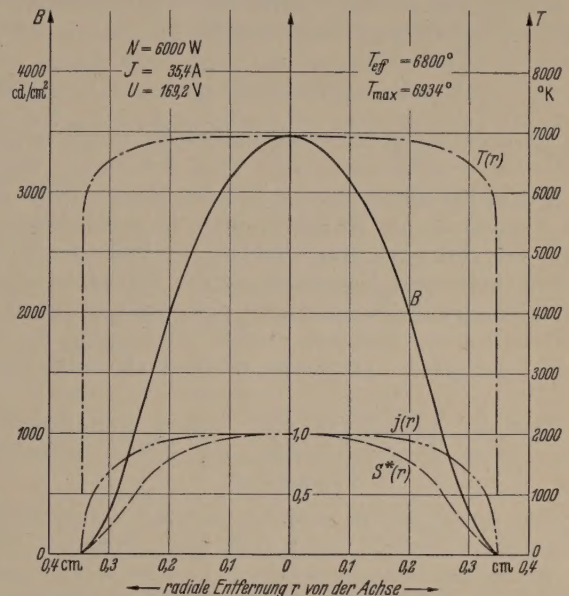


Abb. 1. Leuchtdichte B einer wassergekühlten Xenon-Hochdrucklampe bei seitlicher Beobachtung. Die Temperatur T , die Strahlungsleistung je Volumeneinheit S^* (relativ) und die Stromdichte j (relativ) sind als Funktion vom Radius r aufgetragen.

6. Effektive Temperatur und Temperaturverlauf in der Säule einer wassergekühlten Xenon-Hochdrucklampe.

Mit den Betriebsdaten

Stromstärke J	$= 35,45 \text{ A}$,
Spannung U	$= 169,2 \text{ V}$,
Leistungsaufnahme N	$= 6000 \text{ W}$,
Bogenlänge l	$= 11,0 \text{ cm}$
Innenradius R_0	$= 0,346 \text{ cm}$,
maximale Leuchtdichte B_{\max}	$= 3480 \text{ cd/cm}^2$

ergibt die Rechnung unter Berücksichtigung des Streulichteinflusses und der Zylinderwirkung des wassergefüllten Kühlmantels die folgenden Werte¹:

R_{eff}	$= 0,314 \text{ cm}$,
T_{eff}	$= 6820^\circ \text{ K}$,
T_{\max}	$= 6934^\circ \text{ K}$,
S_{\max}^*	$= 940 \text{ W/cm}^3$,
j_{\max}	$= 117 \text{ A/cm}^2$.

Abb. 1 zeigt die gemessene Leuchtdichteverteilung $B(z)$, die daraus nach dem Verfahren von HÖRMANN mit Hilfe der visuellen Ausbeute A gemäß Kap. 2 berechnete Abstrahlung pro Volumeneinheit S^* , weiterhin die aus S^* berechnete Temperaturverteilung

¹ Eine Untersuchung der Temperaturverteilung mit Hilfe der ELENBAAS-HELLERSchen Differentialgleichung folgt in einer späteren Arbeit.

lung $T = T(r)$ und schließlich die aus $T = T(r)$ erschlossene Stromdichteverteilung $j(r)$, die über den Querschnitt integriert den bekannten Strom J liefert.

In dieser Abbildung sind S^* und j , um ihren relativen Verlauf deutlich hervortreten zu lassen, willkürlich durch denselben Punkt als Maximalpunkt gelegt und infolgedessen im relativen Maß gezeichnet. Die Maximalwerte der beiden Größen finden sich in der obigen Tabelle.

Abb. 1, beruhend auf der Messung der Leuchtdichteverteilung $B(z)$, lehrt, daß die Temperatur weitgehend als konstant angesehen werden kann und erst nahe dem äußersten Rande der Entladung steil abfällt. Dieser steile Abfall ist qualitativ verständlich, da infolge der großen abgeführten Wärmemenge Q bei den Hochleistungsbögen gemäß

$$Q = 2\pi r l \lambda (T) \frac{dT}{dr} \quad (24)$$

der Temperaturgradient der „dunklen ringförmigen Zone“ notwendigerweise sehr groß sein muß, wenn die Wärmeleitung in diesem Teil des Bogens dicht an der Innenfläche der Kapillare allein in gaskinetischer Form vor sich geht, was offenbar der Fall ist. Auch nach theoretischer Untersuchung des Wärmeleitungskoeffizienten λ für Xenon ergibt sich wegen der großen Q -Werte für die äußerste dunkle ringförmige Randschicht der große Temperaturgradient als Folgerung.

7. Über die Abstrahlung einer optisch transparenten Säule unter Berücksichtigung der örtlich variablen Temperatur.

Aus Abb. 1 ist zu ersehen, daß die Temperatur zwar nahezu, jedoch nicht vollständig konstant ist; die Säule der wassergekühlten Lampe strahlt aus temperaturmäßig inhomogener Schicht. Bei Berücksichtigung inhomogener Schichtung gilt für die auf den Raumwinkel l bezogene Intensität der Gesamtstrahlung eines grauen Strahlers in W/cm^2 („Strahldichte“) E in Abhängigkeit vom Absorptionskoeffizienten $\bar{\kappa}$, wenn E_0 die Strahldichte des schwarzen Körpers gemäß dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz und \bar{l} die geometrische Tiefe bedeuten

$$E = \int_0^{\bar{l}} \bar{\kappa}(l) E_0(l) e^{-\int_0^l \bar{\kappa}(l) dl} dl. \quad (25)$$

Sind $\bar{\kappa}$ und E_0 unabhängig von l , so liefert die Integration eine der Beziehung (2a) völlig analoge Gleichung zwischen E und E_0 .

(25) kann in allgemeinsten Form mittels der Strömungsgleichung der Strahlung [4] unter Verwendung des Begriffs der Emission ε eines grauen Strahlers pro Volumeneinheit und Raumwinkel l

$$\cos \vartheta dE = -\bar{\kappa} E dl + \varepsilon dl \quad (26)$$

(Änderung der Strahldichte = Absorption + Emission) abgeleitet werden, wobei der Winkel ϑ zwischen Beobachtungsrichtung und austretendem Strahl gleich 0 gesetzt werden darf, da der Bogen stets unter sehr kleinem Raumwinkel beobachtet wird.

Durch Integration der Strömungsgleichung erhält man nach Einführung der „Ergiebigkeit“

$$J = \frac{\varepsilon}{\bar{\kappa}}$$

für die Strahldichte E an der Stelle τ_1 nach UNSÖLD [4] den Ausdruck

$$E(\tau_1) = \int_0^{\tau_1} J(\tau) e^{-(\tau-\tau_1)} d\tau. \quad (27)$$

Die optische Tiefe τ ist hierbei

$$\tau = \int_0^l \bar{\kappa}(l) dl. \quad (28)$$

Unter der Voraussetzung lokalen thermodynamischen Gleichgewichts kann die Ergiebigkeit J durch die PLANCK-Funktion dargestellt werden, und es ergibt sich aus (27) für die beobachtete, an der Oberfläche ($\tau_1 = 0$) austretende Strahldichte der Gasentladung unter Beachtung von (28) Gleichung (25).

$\bar{\tau} = \bar{\kappa} \bar{l}$ ist mittels (2) durch Beobachtungen an der Säule der untersuchten Langbogenentladung zu 0,0065 erhalten worden, mithin kann die e -Funktion im Integral (25) mit sehr großer Näherung gleich 1 gesetzt werden.

Dann ergibt sich aus (25) unter Anwendung von (3) sowie des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes für die Äquatorebene der Säule

$$E = \frac{1}{4\pi} \int_{-R_0}^{+R_0} S^*(r) dr.$$

Durch Multiplikation mit $A(T) = \text{const.}$ gemäß (8) und (9) für den Temperaturbereich zwischen 6200° K und 7000° K erhält man schließlich

$$B_{\text{max}} = \int_{-R_0}^{+R_0} I^*(r) dr, \quad (29)$$

eine Gleichung, die der Umrechnung von $B(z)$ in $I^*(r)$ zugrunde liegt [9]. Die direkte numerische Quadratur bestätigt, daß nach Abb. 1 für die Säule der betrachteten zylinderförmigen Gasentladung sehr geringer optischer Tiefe Gleichung (29) erfüllt ist.

8. Die Berechnung des Gasdrucks p_g und der Größe K

Die Temperaturcharakteristik (Abb. 1) läßt nun eine genaue Bestimmung des Mittelwertes der (als Elektronentemperatur gedeuteten) Temperatur $T = T_e$ zu, da

$$\frac{\pi R_0^2}{\bar{T}_e} = \int_0^{R_0} \frac{2\pi r}{T_e(r)} dr \quad (30)$$

sein muß.

Die Rechnung ergibt eine mittlere Temperatur $\bar{T}_e = 6650^\circ \text{K}$.

Mit Hilfe von \bar{T}_e kann der Gasdruck p_g in der Kapillare berechnet werden, da eine mögliche Differenz zwischen \bar{T}_e und \bar{T}_g nur ganz unwesentlich in das Ergebnis eingeht. Würde z. B. statt einer angenommenen Differenz von 100° die Temperaturdifferenz zu 0° bzw. 300° angenommen, so würde sich K nur um den Faktor 1,02 ändern, was einer Temperaturunsicherheit von 15° bei den Plasmakugeln hoher Leuchtdichte entspricht. Eine genaue Festlegung der Größe $\bar{T}_e - \bar{T}_g$ ist daher an dieser Stelle nicht notwendig.

Es muß noch beachtet werden, daß die leuchtende Säule der Xenon-Hochdruckentladung die Kapillare nicht völlig ausfüllt, vielmehr sich an den Elektroden

ein (volumenmäßig sehr kleiner) dunkler Raum als „Totraum“ befindet. Es ergibt sich somit für den Gasdruck p_g

$$p_g = 25 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2. \tag{31}$$

Aus p_g und T_{eff} folgt schließlich die Konstante K zu

$$K = 0,78 \cdot 10^{11}, \tag{32}$$

wenn T in Grad Kelvin, p_g in dyn/cm^2 , $\bar{\kappa}$ in cm^{-1} gemessen werden; wird der Druck p_g in Atmosphären angegeben, so ist

$$K = 0,79 \cdot 10^{17}. \tag{32a}$$

9. Numerischer Vergleich mit der
KRAMERSschen Theorie.

Um einen ersten numerischen Vergleich mit Folgerungen der KRAMERSschen Theorie durchzuführen, möge $\bar{\kappa}$ nach (1) in Verbindung mit der auf empirischen Wege gefundenen Größe K gemäß (32) vorderhand mit dem in der Astrophysik angewandten ROSSELANDSchen Mittelwert $\bar{\kappa}$ der KRAMERS-UNSÖLDSchen Formel verglichen werden. Dieser Mittelwert $\bar{\kappa}$ läßt sich in der Form

$$\bar{\kappa} = 1,15 \frac{16 \pi^2}{3 \sqrt{3}} \gamma \frac{e^6 Z_{eff}^2}{c h k^3} \cdot \frac{p}{T^3} e^{-\frac{e V_i}{k T}} \tag{33}$$

darstellen [4].

Die Größe

$$K_{Kr} = 1,15 \frac{16 \pi^2}{3 \sqrt{3}} \gamma \frac{e^6 Z_{eff}^2}{c h k^3} \tag{34}$$

errechnet sich zu

$$K_{Kr} = 0,52 \cdot 10^{11}, \tag{35}$$

wenn der Gewichtungsfaktor γ für das Edelgas Xenon gleich 12 und Z_{eff} gleich dem Werte 2,3 gesetzt wird, der die Verhältnisse bis 10000°K gut beschreibt (s. Kap. 3). Infolgedessen dürfen innerhalb des interessierenden Temperaturintervalls von 6000 bis oberhalb 10000°K K_{Kr} und damit auch die empirisch gefundene Größe K als konstant angesehen werden.

K_{Kr} und K unterscheiden sich um den Faktor 1,5. Die mit Hilfe von K_{Kr} berechneten Temperaturen der Säule der wassergekühlten Lampe wären daher um 120° höher als die aus SAHA-Gleichung und Elektronenbeweglichkeit folgenden. Dies kann offenbar so gedeutet werden, daß Ausdruck (33) einen brauchbaren Mittelwert $\bar{\kappa}$ (im ROSSELANDSchen Sinne) auch für Xenon liefert, obwohl die aus der KRAMERS-

UNSÖLDSchen Formel folgende Intensitätsverteilung über ν bzw. λ im einzelnen beim Xenon die tatsächlichen Verhältnisse nicht gut darstellt, wie in [3] gezeigt wurde.

Zusammenfassung.

Es wird die Temperatur einer zylindrischen Xenon-Hochdrucksäule aus Saha-Gleichung und Leitfähigkeit berechnet unter Berücksichtigung der MAXWELL-Verteilung der Elektronen bei der Bestimmung der Elektronenbeweglichkeit. Die Xenonsäule wird durch einen passend definierten Mittelwert $\bar{\kappa}$ des Absorptionskoeffizienten beschrieben. Ausgehend vom Kanalmodell wird durch Definition mittlerer („effektiver“) Werte für Kanalradius und Temperatur mittels Leuchtdichtemessungen eine Konstante bestimmt, mit deren Hilfe es möglich ist, aus Messungen der Leuchtdichteverteilung über den Bogenquerschnitt die Abhängigkeit der Temperatur vom Radius anzugeben. Der Einfluß der örtlich variablen Temperatur auf die Abstrahlung des Bogens wird bei der Untersuchung berücksichtigt.

Herrn Prof. W. MEYER und Herrn Dr. K. LARCHÉ möchte ich sehr danken für die ständige Förderung dieser Untersuchung, weiterhin den Herren H. GRABNER und G. KURDAL für die experimentelle Unterstützung und Herrn F. MICHALK für die Herstellung der Versuchslampen.

Literatur. [1] SCHIRMER, H.: Physik. Verh. 8, 181 (1952). — [2] LARCHÉ, K. u. H. SCHIRMER: Naturw. 39, 376 (1952). — [3] SCHIRMER, H.: Z. Physik 136, 87 (1953). — [4] UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären. Berlin 1938. — [5] SCHULZ, P.: Ann. Phys. (6) 1, 318 (1947). — [6] LARCHÉ, K. u. F. MICHALK: Lichttechnik 1953, im Erscheinen. — [7] LARCHÉ, K.: ETZ 72, 427 (1951), Z. VDI 94, 453 (1952). — [8] ELENBAAS, W.: The High Pressure Mercury Vapour Discharge, Amsterdam 1951. — [9] HÖRMANN, H.: Z. Physik 97, 539 (1935). — [10] UNSÖLD, H.: Z. Astrophysik 24, 355 (1948). — [11] VITENSE, E.: Z. Astrophysik 28, 81 (1951). — [12] EDINGTON, A. S.: Der innere Aufbau der Sterne, S. 67. Berlin 1928. — [13] WEIZEL, W. u. R. ROMPE: Theorie elektrischer Lichtbögen und Funken. Leipzig 1949. — [14] WEIZEL, W.: Lehrbuch der theoret. Physik Bd. II. Berlin 1950. — [15] MIERDEL, G.: Wiss. Veröff. Siemens 17, 277 (1938). — [16] LENARD, P. u. H. F. MAYER: Ann. Phys. 60, 329 (1919); Ann. Phys. 61, 665 (1920). — [17] MAYER, H. F.: Ann. Phys. 62, 358 (1920); PRZIBRAM, K.: Hdbch. d. Physik XXII, 1 (1933). — [18] RAMSAUER, C. u. R. KOLLATH: Hdbch. d. Physik XXII, 2, (1933). — [19] GVOSDOVER, S. D.: Phys. Z. Sowj. 12, 164 (1937). — [20] ROMPE, R. u. M. STEENBECK: Erg. exakt. Naturwiss. 18 (1939).

Dr. HERBERT SCHIRMER, Berlin NW 87,
Osram-Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung.

Zwei neue Verfahren zur Bestimmung der elektrischen Materialkonstanten
von Flüssigkeiten im Dezimeterwellenbereich.

Von OSKAR HUBER, München.

Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. August 1953).

Einleitung.

Im Frequenzgebiet über 300 MHz kommen die Apparatedimensionen in die Größenordnung der Wellenlänge, wodurch die fast ausschließliche Verwendung von nichtquasistationären Meßmethoden bedingt ist. Eine Untersuchung von SCHWAN [1] über die Brauchbarkeit quasistationärer Meßanordnungen hat er-

geben, daß diese bis $\lambda = 70 \text{ cm}$ verwendbar sind, aber bereits einer Korrektur durch den beginnenden nicht-quasistationären Zustand bedürfen. Diese läßt sich bei nichtleitenden Dielektrika verhältnismäßig leicht anbringen, führt aber bei verlustbehafteten Substanzen zu unübersichtlichen und schwer erfaßbaren Verhältnissen.

Wie KNOL und STRUT [2] gezeigt haben, kann man aus dem Amplitudenverhältnis und der Phasenlage einer elektromagnetischen Welle längs eines Wellenleiters (Lecher-, Koaxial- bzw. Hohlleiter) einen komplexen Widerstand berechnen, der am Ende des wellenführenden Systems angebracht ist. Darauf beruht das viel benützte Verfahren der Spannungsabastung. Man erreicht mit dieser Methode im besten Fall eine Genauigkeit von einigen %; kleine $\operatorname{tg} \delta$ -Werte sind, falls überhaupt noch bestimmbar, mit erheblich größeren Fehlern behaftet. Die mechanischen Anforderungen, die an eine derartige Abastleitung gestellt werden müssen, sind sehr hoch (exakte Sondenführung, homogener Wellenwiderstand usw.). Im folgen-

sich im ersten Fall ein reeller Widerstand, der gleich dem Wellenwiderstand Z der Meßleitung ist, bei der Resonanzanordnung ein metallischer Kurzschluß (Abb. 2). Im festen Abstand L vom unteren Kurzschluß ist eine Sonde zur Spannungsanzeige angebracht. Beide Methoden liefern den Reflexionskoeffizienten $p = \varrho \cdot e^{j\varphi}$ des Leitungsstückes, das mit der Flüssigkeit ausgefüllt ist. Nach einem von UTERMANN [5] angegebenen Schema errechnen sich hieraus die dielektrischen Größen. Allerdings erwies es sich als notwendig, die dabei auftretende Funktion $z \cdot \operatorname{ctg} z$ ($z = x + jy$) in zehnmal kleineren Intervallschritten zu tabellieren, um die durch die Meßanordnung gegebene Genauigkeit durch die Auswertung nicht wieder zu verlieren.

1. Vereinfachtes Abastverfahren.

Im folgenden werden die Grundtatsachen der Leitungstheorie als bekannt vorausgesetzt (vgl. hierzu: VILBIG: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, MEINKE: Einführung in die Dezimeterwellentechnik, GUNDLACH: die Grundlagen der Höchstfrequenztechnik, FELDKELLER: Vierpoltheorie). Das Leitungsstück, das mit einer Flüssigkeitssäule von der Höhe d erfüllt ist, hat einen Eingangswiderstand \mathfrak{R} , der durch die vorgeschaltete Meßleitung von der Länge $L - d$ in einen Widerstand \mathfrak{R}' transformiert wird, der den in der Empfängerebene herrschenden Strom \mathfrak{I} bestimmt (Abb. 1). Ist $|u|$ der Absolutbetrag der Spannung am Ort des Empfängers, so gilt nach dem OHMSchen Gesetz:

$$\frac{|u|}{\mathfrak{R}'} = |\mathfrak{I}|. \quad (1)$$

Andererseits ist $|\mathfrak{I}|$ von dem in die Leitung eingekoppelten Spannungsbetrag $|u_L|$ abhängig. Diesen Zusammenhang liefert folgende Überlegung: Die an \mathfrak{R} reflektierte Welle läuft sich im Widerstand Z tot, d. h. sie wird keine nochmalige Reflexion erfahren. Aus diesem Grunde ist $|\mathfrak{I}|$ unabhängig von der Entfernung des Abschlußwiderstandes Z vom Empfänger. Im Grenzfalle können wir Z in die Empfängerebene selbst legen. Dann liegt in dieser ein Eingangswiderstand vom Betrag $|Z + \mathfrak{R}'|$ vor und die im Empfänger gemessene Spannung ist die eingekoppelte Spannung $|u_L|$. Das OHMSche Gesetz ergibt:

$$\frac{|u_L|}{|\mathfrak{R}' + Z|} = |\mathfrak{I}|. \quad (2)$$

Gleichsetzung von (1) und (2) liefert den gesuchten Zusammenhang zwischen Spannung und Widerstand am Ort des Empfängers:

$$|u| = \frac{|u_L|}{|1 + Z/\mathfrak{R}'|}. \quad (3)$$

Beim Steigen der Flüssigkeit ändert sich aber \mathfrak{R}' und damit auch $|u|$. Die Bestimmung des Reflexionskoeffizienten p von \mathfrak{R} gestaltet sich nun am einfachsten aus den Extremwerten der Empfängerspannung und der dazu gehörenden Probendicke. Da der Realteil von \mathfrak{R}' stets positiv ist, der Nenner in Gl. (3) also nie kleiner als 1 werden kann, genügt es zu diesem Zweck \mathfrak{R}' allein näher zu analysieren: Nach den Transformationsgleichungen der Leitungstheorie besteht folgende Beziehung:

$$\mathfrak{R}' = Z \frac{1 + \varrho \cdot e^{j[\varphi - 4\pi(L-d)/\lambda]}}{1 - \varrho \cdot e^{j[\varphi - 4\pi(L-d)/\lambda]}}, \quad (4)$$

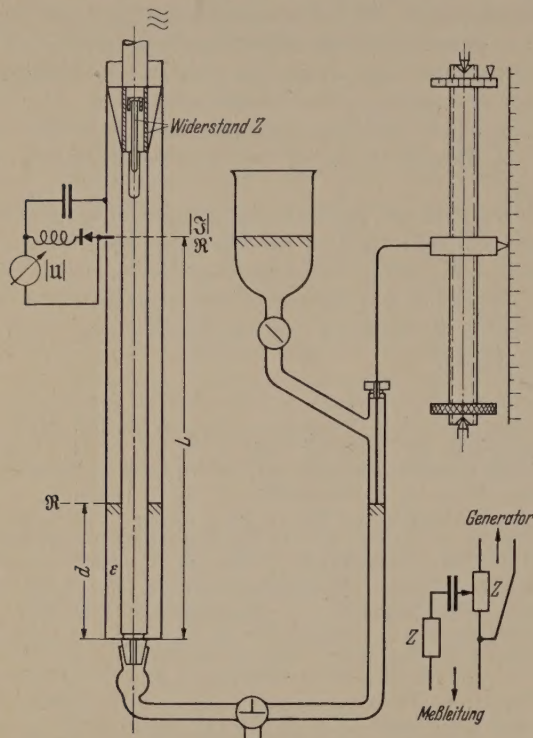


Abb. 1. Abastanordnung auf dem Prinzip der veränderlichen Probendicke.

den wird eine Abänderung dieser Meßweise für flüssige Substanzen beschrieben, bei der alle mechanisch bewegten Teile fortfallen und die Meßgenauigkeit für den Realteil der DK auf 1% gesteigert wird [3].

Im Gegensatz zum Hochfrequenzgebiet sind bei dm -Wellen Resonanzverfahren weniger gebräuchlich. Bei den uns bisher bekanntgewordenen Methoden (1,4) stimmt man ein resonanzfähiges System durch mechanische Verschiebung eines Kurzschlusses auf maximale Erregung ab. Sie sind daher mit den gleichen Fehlerquellen behaftet wie die Abastanordnungen. Im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit behandeln wir ein einfaches Resonanzverfahren, das die erwähnten Schwierigkeiten umgeht und somit noch die Bestimmung sehr kleiner Verlustwinkel gestattet ($\operatorname{tg} \delta = 10^{-3}$ bis 10^{-4}), wie es z. B. für Relaxationszeituntersuchungen erforderlich ist.

Bei beiden Anordnungen tritt die zu untersuchende Flüssigkeit durch eine Einbohrung im Innenleiter (Abb. 1) in eine vertikal aufgestellte konzentrische Leitung von 60 cm Länge ein, die am unteren Ende kurzgeschlossen ist. Auf der Eingangsseite befindet

oder für das Quadrat des Absolutbetrages:

$$|\mathfrak{R}'|^2 = Z^2 \frac{1 + \varrho^2 + 2\varrho \cdot \cos[\varphi - 4\pi(L-d)/\lambda]}{1 + \varrho^2 - 2\varrho \cdot \cos[\varphi - 4\pi(L-d)/\lambda]}. \quad (4a)$$

Nach Gl. (3) wird $|\mathfrak{U}|$ maximal, wenn \mathfrak{R}' seinen größten Wert annimmt. Aus Gl. (4a) erkennen wir, daß dies der Fall ist für

$$\cos[\varphi - 4\pi(l-d)/\lambda] = +1. \quad (5)$$

Damit finden wir für die Phase φ des Reflexionskoeffizienten

$$|\varphi = 4\pi(L-d)/\lambda + 2n\pi|; \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (6)$$

Zeigt der Empfänger maximale Spannung an, so vereinfacht sich aber Gl. (4a) zu

$$|\mathfrak{R}'|^2 = Z \frac{2(1 + \varrho^2 + 2\varrho)}{1 + \varrho^2 - 2\varrho} \quad \text{bzw.} \quad |\mathfrak{R}'| = Z \frac{1 + \varrho}{1 - \varrho}. \quad (7)$$

Setzen wir dieses Ergebnis in (3) ein, so bekommt man

$$|\mathfrak{U}| = \frac{|\mathfrak{U}_L|}{2} (1 + \varrho). \quad (8)$$

Aus dieser Beziehung können wir den Betrag des Reflexionskoeffizienten bestimmen, sofern die Leerlaufspannung $|\mathfrak{U}_L|$ bekannt ist. Diese können wir auf folgende Weisen ermitteln:

a) Man läßt eine nicht absorbierende Flüssigkeit (z. B. CCl_4 , C_6H_6) solange steigen, bis die Maximalspannung $|\mathfrak{U}_{\max}|$ erreicht ist. Der Betrag des Reflexionskoeffizienten p von \mathfrak{R} ist dann gleich 1. Das bedeutet nach Gl. (8): $|\mathfrak{U}_{\max}| = |\mathfrak{U}_L|$.

b) Man geht vom Spannungswert vor Eintritt einer Flüssigkeit in die Meßleitung aus. In diesem Fall kann \mathfrak{R}' direkt berechnet werden, da jetzt der Eingangswiderstand in der Empfängerebene gleich dem einer konzentrischen Leitung von der Länge L ist:

$$\mathfrak{R}' = jZ \cdot \tan 2\pi L/\lambda.$$

Aus der Ausgleichsgleichung (3) gewinnt man damit:

$$|\mathfrak{U}_L| = \frac{|\mathfrak{U}|}{\sin 2\pi L/\lambda}. \quad (9)$$

Mißt man bei verschiedenen Wellenlängen, so wird auch der Fall eintreten, daß beim Steigen der Flüssigkeit in der Meßleitung \mathfrak{R}' und damit nach Gl. (3) $|\mathfrak{U}|$ zuerst das Minimum durchläuft. Eine analoge Überlegung ergibt dann für Betrag und Phase des Reflexionskoeffizienten p :

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= 4\pi(L-d)/\lambda + (2n+1)\pi; \\ |\mathfrak{U}| &= \frac{|\mathfrak{U}_L|}{2} (1 - \varrho). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Über die weiteren Vorteile dieses Verfahrens wurde bereits in einer früheren Arbeit berichtet [3].

2. Resonanzanordnung mit veränderlicher Probendicke.

Mit dem beschriebenen Verfahren zur \mathfrak{R} -Messung kommt man zwar mit weniger Meßgrößen aus und erzielt eine wesentliche Vereinfachung im Aufbau der Meßapparatur gegenüber dem herkömmlichen Abtastverfahren, die Bestimmung des Verlustwinkels einer schwach dämpfenden Flüssigkeit ist aber immer noch sehr unsicher. Da sich hierfür Resonanzapparaturen besser eignen, versuchten wir die Vorteile, die sich beim Arbeiten mit veränderlicher Probendicke ergeben, auf eine Resonanzanordnung anzuwenden.

Ersetzt man den Eingangswiderstand Z in Abb. 1 durch einen metallischen Kurzschluß, so ist dieses System resonanzfähig (Abb. 2). Die Erregung erfolgt induktiv über eine kleine Koppelschleife in der oberen Kurzschlußebene, was gleichbedeutend ist mit einer angepaßten Spannungsquelle vom inneren Widerstand $\mathfrak{R}_i = 0$. Die Resonanzabstimmung erfolgt nun nicht wie üblich durch Verschieben einer Kurzschlußbrücke, sondern durch die Verkürzung der Wellenlänge entsprechend der DK der Prüfschubstanz in dem Teil der Koaxialleitung, der mit der Flüssigkeit ausgefüllt ist. Wir umgehen somit auch hier die Fehlerursachen, die mechanisch verschiebbare Bauelemente mit sich bringen. Ein Meßgang geht so vor sich, daß man die zu

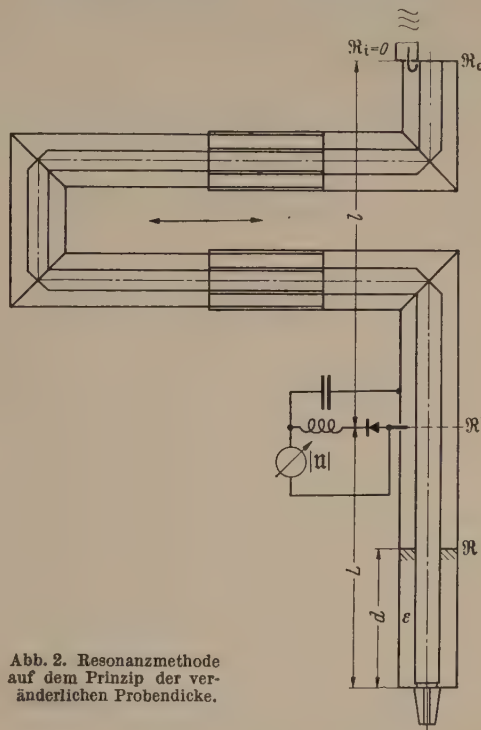


Abb. 2. Resonanzmethode auf dem Prinzip der veränderlichen Probendicke.

untersuchende Substanz solange steigen läßt, bis der Empfänger Resonanzausschlag zeigt. Aus der hierzu gehörenden Probendicke und der Resonanzamplitude bestimmt man den Reflexionskoeffizienten, wozu noch die eingekoppelte Spannung $|\mathfrak{U}_L|$ bekannt sein muß. Den theoretischen Zusammenhang liefert folgende Überlegung: Die Spannung $|\mathfrak{U}|$ an der Sonde wird durch ein Leitungsstück von der Länge l (= Abstand der Empfänger- und von der Einkoppelebene) in die Erregungsspannung $|\mathfrak{U}_L|$ transformiert. Die Spannungstransformationsgleichung lautet:

$$|\mathfrak{U}| = \frac{|\mathfrak{U}_L|}{\left| \cos 2\pi l/\lambda + j \frac{Z}{\mathfrak{R}'} \cdot \sin 2\pi l/\lambda \right|}. \quad (11)$$

Dieser Ausdruck läßt sich noch vereinfachen, wenn man die Leitungslänge l so wählt, daß sie ein ungeradzahliges Vielfaches von $\lambda/4$ wird. Dann verschwindet der cos-Ausdruck im Nenner und $\sin 2\pi \cdot \pi \cdot l/\lambda = +1$:

$$|\mathfrak{U}| = |\mathfrak{U}_L| \cdot \frac{|\mathfrak{R}'|}{Z}, \quad (12)$$

d. h. die Empfängerspannung wird direkt proportional der Impedanz \mathfrak{R}' . Experimentell verwirklicht man dies durch eine ausziehbare Leitung (Posaune) zwischen Empfänger und Einkopplung. Wir sind damit

von unserem Grundsatz, keine mechanisch verschiebbaren Teile zu benutzen, nicht abgekommen, da diese in ihrer Länge veränderliche Leitung vor Beginn des eigentlichen Meßganges auf $(2n+1) \cdot \lambda/4$ eingestellt wird und dann in Ruhe bleibt. Um aus den Resonanzdaten p zu ermitteln haben wir, wie aus (12) ersichtlich, \Re' auf sein Maximum hin zu untersuchen. Das ist im wesentlichen bereits im vorigen Abschnitt geschehen. Für die Phase φ gilt wiederum der Ausdruck (6). Der Eingangswiderstand \Re' bei Resonanz ist dann durch Gl. (7) gegeben. Eingesetzt in (12) berechnet sich ϱ zu:

$$\varrho = \frac{m-1}{m+1}; \quad m = \frac{|U_{res}|}{|U_L|}. \quad (13)$$

Es verbleibt noch die Aufgabe die Einkoppelspannung $|U_L|$ aufzusuchen, was folgendermaßen geschehen kann:

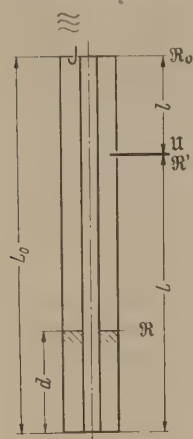


Abb. 3. Resonanzverfahren ohne $\lambda/4$ -Abstimmung zwischen Einkopplung und Empfänger.

a) Analog dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Verfahren, wo $|U_L|$ aus der Spannung $|U|$ vor Beginn des eigentlichen Meßganges berechnet wird, gilt hier:

$$\Re' = jZ \cdot \operatorname{tg} 2\pi L/\lambda.$$

Hiermit folgt aus (12) unmittelbar:

$$|U_L| = \frac{|U|}{|\operatorname{tg} 2\pi L/\lambda|}. \quad (14)$$

b) Man stimmt die Leitungslänge l durch Ausziehen der Posaune auf $n \cdot \lambda/2$ ab. Es wird dann $\cos 2 \cdot \pi \cdot l/\lambda = 1$ und $\sin \dots = 0$, d. h. die Spannung, die sich jetzt am Empfänger einstellt, ist gleich der Einkoppelspannung, wie aus (11) ersichtlich.

Will man die mechanische Komplizierung und die meßtechnischen Unsicherheiten, die eine Posaune mit sich bringt, umgehen — was einen Verzicht auf die $\lambda/4$ -Abstimmung zwischen Empfänger und Einkopplung bedeutet — so läßt sich diese Anordnung auch noch relativ einfach theoretisch erfassen. Unser Meßsystem stellt jetzt eine beiderseitig kurzgeschlossene konzentrische Leitung von der festen Länge $L_0 = L + l$ dar. Diese erregt sich in Resonanz, wenn der Betrag des Eingangswiderstandes \Re_0 in der Einkoppelebene minimal ist. Hierzu halten wir fest, daß jetzt die Probenimpedanz \Re durch eine vorgeschaltete Leitung von der Länge $L_0 - d$ in \Re_0 übergeführt wird. (Abb. 3). Zeigt beim Steigen der Flüssigkeit der Spannungsindikator maximalen Ausschlag, so berechnet sich analog zu (10) die Phase φ von p zu:

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} (L_0 - d) + (2n+1) \cdot \pi; \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (15)$$

Hierzu sei bemerkt, daß wir ja in jeder Entfernung (ausgenommen $l = \lambda/2$) vom oberen Kurzschluß aus feststellen können, ob die Meßanordnung mit der Betriebsfrequenz in Resonanz ist. Wählen wir speziell $l = \lambda/4$ wie vorhin, so befinden wir uns gerade an der Stelle der Meßleitung, wo die optimale Resonanzspannung auftritt. Da φ die Phase des Probenwiderstandes \Re ist, diese aber auch in \Re' eingeht, so können wir zu unserer Ausgangsgleichung (11) zurückkehren. Vorher müssen wir nur noch $1/\Re'$ in seinen Real- und Imaginär-

teil aufspalten. Wir bilden deshalb das Reziproke von (4), wobei als transformierende Leitungslänge $(L - d)$ eingeht:

$$\frac{1}{\Re'} = \frac{1}{Z} \cdot \frac{1 - \varrho^2 - j 2\varrho \cdot \sin[\varphi - 4\pi(L-d)/\lambda]}{1 + \varrho^2 + 2\varrho \cdot \cos[\varphi - 4\pi(L-d)/\lambda]}. \quad (16)$$

Substitution von φ durch die Beziehung (15) liefert für die Argumente der trigonometrischen Funktionen:

$$\varphi - \frac{4\pi}{\lambda} (L-d) = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot l + (2n+1) \cdot \pi \quad (17)$$

und für die Funktionen selbst:

$$\left. \begin{aligned} \sin \left[\frac{4\pi}{\lambda} \cdot l + (2n+1)\pi \right] &= -\sin \frac{4\pi}{\lambda} \cdot l, \\ \cos [\dots] &= -\cos \frac{4\pi}{\lambda} \cdot l. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Setzen wir dieses Ergebnis in (16) ein, so gewinnen wir mit diesem $1/\Re'$ -Wert aus (11) einen Zusammenhang, der den Betrag ϱ des Reflexionskoeffizienten p mit den Meßgrößen verknüpft. Unter Weglassung einer etwas umständlichen Zwischenrechnung folgt, wobei wir $\frac{2\pi l}{\lambda} = \alpha$ setzen:

$$|U| = \frac{|U_L|}{\left| \frac{(1-\varrho) \cdot \cos \alpha + j(1+\varrho) \cdot \sin \alpha}{1 + \varrho^2 - 2\varrho \cos 2\alpha} \right|} \cdot (1-\varrho). \quad (19)$$

Hiervon haben wir den Betrag im Nenner noch näher zu untersuchen. Wir bilden das Quadrat:

$$[\dots]^2 = \frac{1}{|1 + \varrho^2 - 2\varrho \cos 2\alpha|}. \quad (20)$$

Verwerten wir dieses Resultat in (19), so erhalten wir:

$$\frac{|U|}{|U_L|} = m = \frac{\sqrt{1 + \varrho^2 - 2\varrho \cos 2\alpha}}{1 - \varrho}. \quad (21)$$

Dies ist nach beiderseitigem Quadrieren identisch einer Gleichung 2. Grades in ϱ :

$$\varrho^2 + \varrho \frac{2m^2 - 2\cos 2\alpha}{1 - m^2} + 1 = 0; \quad (22)$$

deren Lösung lautet:

$$\left. \begin{aligned} \varrho &= a^{[+]} \sqrt{a^2 - 1} \\ &\quad \cos \frac{4\pi l}{\lambda} - m^2 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

wobei: $a = \frac{1}{1 - m^2}$.

Es ist dabei mit der negativen Wurzel zu rechnen, da die positive Werte $\varrho > 1$ liefert, die physikalisch sinnlos sind. Die Amplitude der reflektierten Welle kann nicht größer sein als die der ankommenden.

In Gl. (21) muß natürlich der eingangs behandelte Sonderfall enthalten sein, daß sich der Empfänger am Ort des Spannungsoptimums befindet. Dann ist aber $\cos 2 \cdot \alpha = \cos \pi = -1$, d. h. es resultiert aus (21) die Beziehung (13).

Stehen von einer Substanz nur geringe Mengen zur Verfügung und sollen über den ganzen Dezimeterwellenbereich die DK und der Verlust gemessen werden, so läßt sich dies nach dem zuletzt beschriebenen Verfahren bewerkstelligen. Man bildet hierzu die obere Kurzschlußebene als einen verschiebbaren Stempel aus, der über Federkontakte am Innen- und Außenleiter anliegt. Vor Beginn der eigentlichen Messung wird die gesamte Leitungslänge auf einen Wert, der etwas kleiner als $n \cdot \frac{\lambda}{2}$ ist, eingestellt. Je nach der DK

der Flüssigkeit genügen dann schon Probendicken von 0,5–2 cm, um die Resonanzregung der Koaxialleitung herbeizuführen. Besitzt man umgekehrt größere Flüssigkeitsmengen, so wird eine ursprüngliche Leitungslänge, die man etwas größer als $n \cdot \frac{\lambda}{2}$ wählt, günstig sein. Man benötigt dann erhebliche Probendicken zur Erzielung der Resonanzspannung im Empfänger. Dadurch wird der relative Fehler in der Messung der Probendicke kleiner, was besonders bei Flüssigkeiten mit höherer DK wünschenswert ist. Durch einen beweglichen oberen Kurzschluß gewinnen wir also den Vorteil die Meßgenauigkeit an die vorhandene Substanzmenge anzupassen.

War durch das in Abschnitt I beschriebene Verfahren eine genauere Lokalisierung der Maxima bzw. Minima als bei der Abtastmethode möglich, so zeigen bei unserer Resonanzanordnung die gemessenen Resonanzkurven einen derart spitzen Verlauf, daß die zum Resonanzausschlag gehörenden Probendicken bei Substanzen geringer Dämpfung auf 2/100 mm und bei Stoffen mit höheren Verlusten auf 1/10 mm genau festgelegt werden können. Ferner entfällt die Schwierigkeit die Meßleitung mit dem Wellenwiderstand Z abzuschließen.

Wie sich während der experimentellen Arbeit zeigte, betrug die Konstanz der Frequenz $10^{-4}\%$, die der Senderintensität 1%. Mit den oben angegebenen Unsicherheiten in der Probendicke bei Eintritt der Resonanz liefert dies bei einer Wellenlänge $\lambda = 50$ cm folgende prozentualen Fehler in der komplexen DK $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon' (1 - j \cdot \tan \delta)$:

ϵ'	ϵ''	$\frac{\Delta \epsilon'}{\epsilon'} (\%)$	$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} (\%)$
16	0,01	0,75	2,8
	0,1	1,0	3,3
	1,0	1,3	3,6
2,4	0,002	0,75	2,8
	0,02	0,85	3,0
	0,2	1,0	3,5

3. Experimentelles.

a) Der Sender:

Zur Erzeugung der Meßfrequenz wurde ein Triodensender in Gitterbasisschaltung gebaut, der mit der Telefunken-Röhre LD 5 bestückt ist. Die Wellenlänge ließ sich damit kontinuierlich von 50 bis 120 cm variieren. Sowohl im Gitter-Anoden- als auch im Gitter-Kathodenkreis wurden getrennt abstimmbare Bandleitungen als Schwingkreise verwendet. Zur Vermeidung von Intensitätsschwankungen, die bei Dezimeterwellen auch mit Frequenzänderungen verbunden sind, verwendeten wir ein röhrenstabilisiertes Netzgerät, das die Anodenspannung auf einige $10^{-4}\%$ konstant hielt.

Ein flexibles Koaxialkabel mit Oppanolisolation und einem Wellenwiderstand $Z = 60 \Omega$ stellte die Verbindung zwischen Sender und Meßanordnung her. Zur besseren Abschirmung wurde das äußere Kupfergeflecht noch mit einem Wellrohrschlauch umgeben. Die Verbindungsstecker sind in ihrem Aufbau ebenfalls an den Wellenwiderstand angeglichen.

b) Der Spannungsteiler (zugleich reflexionsfreier Abschluß bei der ersten Anordnung):

Da der Ausgang des Senders mit beliebigen komplexen Verbrauchern belastet sein wird (je nachdem

wie hoch die Flüssigkeit in der Meßleitung steht), muß vermieden werden, daß dadurch wahrnehmbare Rückwirkungen auf die Amplitude und die Frequenz des Generators auftreten. Die Senderleistung wurde deshalb auf einen phasenreinen und frequenzunabhängigen Verbraucher gegeben. Dieser ist ein OHMScher Schichtwiderstand auf einem Keramikhohlzylinder; sein Wert ist gleich dem Wellenwiderstand Z der Meßleitung. (Vgl. Abb. 1). Parallel hierzu koppelt sich kapazitiv ein kleiner Stempel durch den keramischen Zylinder hindurch auf die Widerstandsschicht der Hauptleitung und entnimmt die kleine Leistung für die Meßzwecke. Bildet man den Stempel als OHMSchen Schichtwiderstand (wegen des SKIN-Effektes) vom Wert des Wellenwiderstandes aus, so gewinnen wir durch den Spannungsteiler eine angepaßte Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand Z , die wir bei der ersten Methode benötigen. Durch Verändern der Tauchtiefe des Stempels können verschiedene Spannungsbeträge entnommen werden. Näheres hierüber siehe MEINKE: Meßgeräte und Meßverfahren für Dezimeterwellen.

c) Die Meßleitung:

Ein sorgfältig ausgesuchtes Messingrohr vom Innendurchmesser 28 mm zusammen mit einem Rundmessingstab von 10 mm \varnothing bildeten die konzentrische Meßleitung, die zur Herabsetzung der OHMSchen Leitungsverluste galvanisch versilbert wurde. Im Abstand $L = 36$ cm ragt durch eine Bohrung im Außenleiter eine 4 mm lange und 0,2 mm starke Sonde in die Feldverteilung, die kapazitiv die zur Anzeige nötige Spannung entnimmt, welche in einem Silizium-Detektor gleichgerichtet wird. Der als Folge dieser Spannung in einem geschlossenen Kreis fließende Strom wurde an einem LANGESchen Galvanometer abgelesen. Sorgfältige Abschirmung der Galvanometerzuleitungen war erforderlich. Zur $\lambda/4$ -Abstimmung zwischen Empfänger und oberem Kurzschluß, wie sie bei der beschriebenen Resonanzanordnung angebracht werden kann, verwendeten wir eine Posaune nach WEISSFLOCH, bei der sowohl in den Ausziehstellen die Wellenwiderstandssprünge kompensiert als auch in den Knickstellen reflexionsfreie Winkelstützen eingebaut sind.

d) Messung der Probendicke: (Vgl. Abb. 1).

Von einem Vorratsgefäß strömt durch eine Einbohrung im Innenleiter, die sich in der Ebene des Abschlusses seitlich verzweigt, die Flüssigkeit in die Meßleitung. In dem äußeren Zuführungsschenkel wird nach dem Prinzip der kommunizierenden Röhren die Probendicke gemessen, wozu über eine Mikrometerspindel eine Nadelspitze vertikal bewegt wird, deren Aufsetzen auf die Flüssigkeitsoberfläche sehr genau fixiert werden kann.

Mitteilung von Meßergebnissen erfolgt demnächst an anderer Stelle.

Es ist mir eine angenehme Pflicht Herrn Prof. Dr. W. ROLLWAGEN für das stets fördernde Interesse an dieser Arbeit zu danken.

Zusammenfassung.

Es werden zwei neue Methoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten (DK) und des dielektrischen Verlustes ($\tan \delta$) bei ultrakurzen Wellen behandelt. In beiden Fällen wird eine vertikal aufgestellte

konzentrische Leitung verwendet. Bei der ersten Anordnung wertet man die Spannungsänderung an einer feststehenden Meßsonde in Abhängigkeit von der Probendicke aus, wobei der Eingang der Meßleitung reflexionsfrei abgeschlossen ist. Die zweite Methode benützt die Verkürzung der Wellenlänge durch die DK der Prüfschubstanz zur Resonanzabstimmung der beiderseitig kurzgeschlossenen Meßleitung.

Die Anwendung des Multivibratorprinzips für Zählrohrverstärker.

Von WERNER KROEBEL und GERHARD STUTZER, Kiel.

Mit 9 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. August 1953.)

Bei vielen Zählrohrbeobachtungen, z. B. bei solchen, die zur Bestimmung der Laufzeit kosmischer Teilchen oder Nukleonenergien dienen, ist es notwendig, den genauen Zeitpunkt messen zu können, der durch den

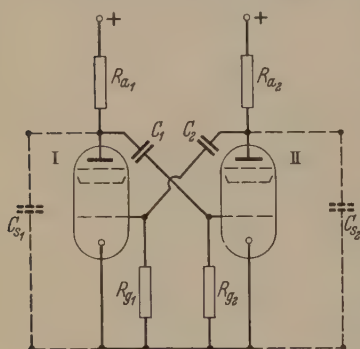


Abb. 1. Multivibratorschaltung.

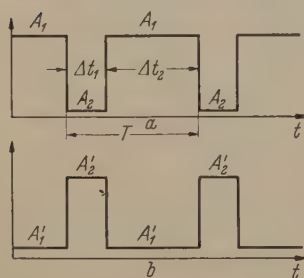


Abb. 2. Spannungszeitverlauf an den Anoden der Röhren I u. II von Abb. 1.

eines Teilchens durch das Zählrohr nicht verschlechtert, muß er außer einer hohen Spannungsempfindlichkeit noch eine extrem kurze Ansprechzeit haben. Das bedeutet, daß die Bandbreite dieses Verstärkers etwa 100 MHz betragen muß.

Verstärker so großer Bandbreite können unter Verwendung handelsüblicher Röhren nur als Kettenverstärker [2 u. 3] gebaut werden. Das bedingt die Verwendung von 5–7 hinsichtlich aller schädlichen Kondensatoren sehr genau aufeinander abgeglichenen Elektronenröhren pro Verstärkerstufe und somit einen erheblichen Aufwand an Verstärkungsmitteln. Man kann sich indessen leicht überlegen, daß ein derartiger Kettenverstärker mehr leistet als für einen Zählrohrverstärker nötig ist. Ein Zählrohrverstärker braucht nämlich, von Sonderfällen abgesehen, nur eine extrem kurze Einschwingzeit zu haben. Seine Ausschwingzeit kann demgegenüber wesentlich größer sein, da das

- Literatur.** [1] SCHWAN, H.: Fiat-Report Nr. 1099. — [2] KNOL, K. S. u. O. STRUTT: Physica IX, S. 577 (1942). — [3] HUBER, O.: Naturwissenschaften 38, 281 (1951). — [4] HAUG, A.: Z. angew. Phys. 2, 330 (1950). — [5] UNTERMANN, G.: Z. angew. Phys. 2, 233 (1950).

Dr. OSKAR HUBER

Institut für Elektromedizin und Elektronentechnik der Universität München.

Zählrohr nur Entladungsimpulse relativ großer Zeitdauer liefert. Aber auch bei Verwendung von Szintillationszählern in Verbindung mit Sekundärelektronenphotozellen genügt es, die erste Impulsspannungsflanke im Photozellenkreis zu erfassen, da die Teilchen in der Regel nur in großen Abständen aufeinander folgen. Infolgedessen genügt als Zählrohr- und Szintillationszähler-Verstärker eine Schaltungsanordnung, die eine von ihrer Ausschwingzeit unabhängige sehr kurze Ansprechzeit hat und dabei eine hohe Spannungsverstärkung ergibt.

Eine Schaltungsanordnung, die diese Eigenschaft besitzt, ist durch einen sogenannten Multivibrator gegeben. Es erhebt sich daher die Frage, welche Spannungsempfindlichkeit und welche zeitliche Einsatzgenauigkeit mit einer Meßanordnung erreicht werden kann, die als wesentlichen Bestandteil eine Röhrenschaltung enthält, bei dem das bei Multivibratoren vorliegende Schaltungsprinzip zur Anwendung kommt.

Zur Erläuterung der Beantwortung dieser Frage betrachten wir zunächst eine einfache Multivibratorschaltung gemäß Abb. 1. Für sie ist die wechselseitige Rückkopplung der Spannungsänderungen an den Anoden der Röhren I und II über die Kopplungskondensatoren C_1 und C_2 charakteristisch. Durch diese Schaltungsweise ist stets abwechselnd Röhre I geöffnet, wenn II gesperrt ist und umgekehrt. Der Übergang vom Öffnungs- in den Sperrzustand ist instabil und wird sehr schnell durchlaufen. Der Spannungsverlauf an den Anoden der beiden Röhren ist infolgedessen stets in der Phase um 180° gegeneinander verschoben und zwischen zwei Spannungszuständen A_1 und A_2 bzw. A'_1 und A'_2 wechselnd, wie dies Abb. 2 wiedergibt. In dieser stellt a den Spannungszeitverlauf beispielsweise an der Anode der Röhre I und b den Spannungszeitverlauf an der Anode der Röhre II dar. Die Periodendauer

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2$$

und mit ihr die Länge des Zeitintervalles Δt_1 und Δt_2 hängt dabei von den Zeitkonstanten $C_1 \cdot R_{g2}$ und $C_2 \cdot R_{g1}$ sowie von den Betriebsbedingungen und Eigenschaften der verwendeten Röhren ab. Die Zeitkonstanten $C_1 R_{g2}$ bzw. $C_2 R_{g1}$ kommen beim Arbeiten des Multivibrators zur Auswirkung, weil in der Öffnungsphase jeder der Röhren ein Gitterstrom fließt. Durch ihn erhält C_1 bzw. C_2 eine negative Aufladung, die in der Sperrphase über R_{g2} bzw. R_{g1} so lange abfließt, bis für die gesperrte Röhre diejenige Gittervorspannung erreicht ist, bei der der Übergang in den stromdurchflossenen Zustand kippartig einsetzt.

Für die Verwendung des Multivibratorschaltungsprinzips als wesentlichen Bestandteil eines Zählrohrverstärkers würde mithin seine Ansprechzeit durch die Übergangsgeschwindigkeit von dem einen in den anderen Arbeitszustand, also von dem Übergang von A_1 nach A_2 (Abb. 2a und b), bzw. A'_1 nach A'_2 abhängen. Um eine möglichst kurze Ansprechzeit zu erhalten, hat man daher alles zu vermeiden, was die Flankensteilheit des an den Anoden der Röhren zu erhaltenden Impulsspannungsverlaufs herabsetzen kann, da diese Steilheiten ein Maß für die Übergangsgeschwindigkeiten abgeben. Nun erfolgt der Übergang von A_1 nach A_2 bzw. der diesem Übergang an der Anode der anderen Röhre entsprechende von A'_1 nach A'_2 nicht ebenso schnell wie der von A_2 nach A_1 bzw. von A'_2 nach A'_1 . Das geht aus Abb. 3 hervor, in der der Übergangsverlauf an der Anode einer Röhre der Multivibratorschaltung Abb. 1 sowohl für die Vorder- als auch für die Rückflanke des entstandenen Spannungsimpulses wiedergegeben ist. Die Aufnahme wurde mit einem Spezialoszillographen [4] hoher Zeitauflösung erhalten.

Der Grund für den Unterschied der Übergangsgeschwindigkeiten an den Vorder- gegenüber den Rückflanken eines Multivibratorimpulses liegt in den unterschiedlichen Bedingungen für das Zustandekommen der ansteigenden gegenüber der abfallenden Impulsflanke. Eine ansteigende Impulsflanke wird immer dann erhalten, wenn die zugehörige Röhre vom stromdurchflossenen in den Sperrzustand übergeht, eine abfallende im umgekehrten Falle.

Geht andererseits beispielsweise (siehe Abb. 1) die Röhre I vom stromdurchflossenen in den Sperrzustand über, also von A_2 nach A_1 , dann hat das Gitter der Röhre II zu Beginn dieses Überganges eine Vorspannung erreicht, bei der der für den Kippeinsatz erforderliche Mindeststrom durch II gerade eben zu fließen beginnt. Das ist unter Verwendung üblicher Röhren bei etwa minus 10–20 Volt gegen Kathode der Fall. Nach einem durch den Übergang in den Sperrzustand entstehenden Spannungsanstieg an der Anode der Röhre I um etwa 10–20 Volt wird daher durch die hierbei wirksam werdende Steuerung des Gitters von II ins Positive wegen des dadurch in II einsetzenden Gitterstromes die Gitteranschlußseite des Kondensators C_1 auf Erdpotential festgehalten. Der weitere Spannungsanstieg an der Anode der Röhre I hängt daher von der Geschwindigkeit ab, mit der die im Sperrzustand der Röhre I und Öffnungszustand der Röhre II wirksamen Kondensatoren über R_{g1} entladen werden. Zu diesen an der Anode der Röhre I wirksamen Kondensatoren gehört in der gekennzeichneten Arbeitsphase außer den gesamten schädlichen C_{s1} auch der Kondensator C_1 , da nach dem Vorstehenden sein gitterseitiger Anschluß zur Röhre II wegen ihres Öffnungszustandes durch den Gitterstrom auf Erd- bzw. Kathodenpotential fixiert ist. Die *ansteigende* Flanke der an den Anoden einer Multivibratoranordnung entstehenden Spannungsimpulse ist daher von der Zeitkonstante abhängig, die aus dem Anodenwiderstand R_{a1} bzw. R_{a2} , den schädlichen Röhren- und Schaltungskapazitäten C_{s1} bzw. C_{s2} sowie der Kapazität des Kopplungskondensators C_1 bzw. C_2 gebildet wird. Da aus verstärkungstechnischen Gründen die Anodenwiderstände nicht unter einem von der Art der verwendeten Röhren abhängigen Mindestwert gewählt werden können und die Zeitdauer Δt_1 bzw. Δt_2 durch die

Wahl der Zeitkonstanten in den Gitterkreisen also durch $C_1 \cdot R_{g2}$ bzw. $C_2 \cdot R_{g1}$ festgelegt sind, ist die Steilheit der *ansteigenden* Impulsflanke nur durch Vergrößerung der Gitterableitwiderstände und entsprechender Verkleinerung der Kopplungskondensatoren und damit nur in verhältnismäßig engen Grenzen beeinflussbar.

Bei den spannungsmäßig jeweils abfallenden Flanken an den Anoden, also bei den Übergängen A_1 nach A_2 bzw. A'_1 nach A'_2 gehen demgegenüber die zugehörigen Röhren vom gesperrten Zustand in den stromdurchflossenen über. Trifft dies beispielsweise für Röhre I zu (siehe Abb. 1), dann entsteht an der Anode von I die abfallende Spannungsflanke durch die negative Aufladung aller an dieser Anode schaltungsmäßig wirksamen Kondensatoren C_{s1} mittels des Stromflusses durch diese Röhre. Ihrer Maßzahl nach setzen sich diese wirksamen Kondensatoren aus der Kapazität des Ausgangs der Röhre I, des Eingangs der Röhre II und der Schaltung zusammen. Die Kapazität des Kondensators C_1 ist hierbei nur während der kurzen Zeitspanne an den gesamten für den Auflade-



Abb. 3. Multivibratorimpuls.

vorgang schädlichen Kondensatoren beteiligt, in der durch die Steuerwirkung der Röhre I die am Gitter der Röhre II beim Beginn des Überganges in den Sperrzustand vorhandene geringe positive Spannung noch nicht unter Erdpotential abgesunken ist. Da die Impulsspannung insgesamt ca 150–200 Volt beträgt, ist dies also schon sehr bald nach dem Kippeinsatz der Fall. C_1 bzw. C_2 haben mithin praktisch keinen Einfluß auf die Flankensteilheit des *abfallenden* Spannungsverlaufes an den Anoden der Röhren. Andererseits wird die Stärke des Stromflusses bei der geöffneten Röhre durch den einsetzenden Gitterstrom auf denjenigen für Gitterspannung 0 begrenzt. Dieser Fall tritt bereits ein, wenn sich die Anodenspannung der in den Sperrzustand übergehenden Röhre um 10–20 Volt, d. h. um einen Bruchteil der Impulsscheitelspannung geändert hat, das heißt also, bereits im Anfang des Übergangsverlaufes. Die Steilheit der abfallenden Flanken an den Anoden hängt daher im wesentlichen nur von der Größe des Stromflusses bei Gitterspannung 0 und der Größe der Gesamtkapazität der wirksamen Kondensatoren ab und wird mithin um so größer sein, je größer die Stromergiebigkeit und die Steilheit der zugehörigen Röhre ist und je kleiner die Gesamtkapazität gemacht werden kann.

Wegen dieser unterschiedlichen Bedingungen für den Übergang vom gesperrten in den stromdurchflossenen Zustand einer Röhre in der Multivibratorschaltung gegenüber dem Übergang vom stromdurchflossenen in den gesperrten wird es verständlich, warum die Übergangsgeschwindigkeit der Anodenspannung in der abfallenden Richtung, wie es auch der Versuch zeigt (siehe Abb. 3) wesentlich größer ist als im umgekehrten Fall.

Der Übergangsverlauf bei abfallender Anodenspannung läßt sich unter einer vereinfachenden Annahme über die Stromgitterspannungscharakteristik der stromdurchflossenen Röhre berechnen [5]. Das ergibt innerhalb der durch die Annahme gegebenen

Fehlergrenze eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Berücksichtigt man, daß die absinkende Flanke der Anodenspannung durch die Aufladung der schädlichen Anodenkapazität C_{s1} bzw. C_{s2} über den Stromfluß durch die Röhre I bzw. II zustandekommt, dann kann man, da die Stromstärke dieses Flusses nach den obigen Überlegungen fast von Anfang an konstant ist, überschlagsmäßig die zu erwartende Flankensteilheit S in sec/Volt auch nach folgender einfachen Beziehung ermitteln

$$S = \frac{C_{s1}}{i}.$$

Abb. 4. Abfallende Vorderflanke des Multivibratorimpulses (Zeitmaßstab verkleinert).

Für einen Multivibrator mit 2 PL 83, für die mit einem $C_{s1} = 30 \cdot 10^{-12} F$ und einem Strom von $i = 30 \cdot 10^{-3} \text{ Amp.}$ zu rechnen ist, ergibt sich damit eine Flankensteilheit von

$$S = \sim 1 \cdot 10^{-9} \text{ sek/Volt.}$$

Aus Abb. 4, in der die abfallende Impulsflanke eines mit 2 PL 83 aufgebauten Multivibrators mit hoher Zeitauflösung wiedergegeben ist, ist zu entnehmen, daß diese überschlagsmäßige Rechnung mit der Mes-

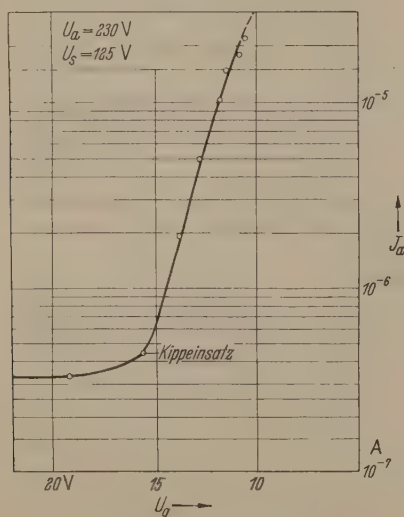


Abb. 5. Anlaufstromkennlinie einer PL 83.

sung recht gut übereinstimmt. Damit ist eine Ansprechzeit für diese Anordnung gegeben, die zur Fixierung des Zeitpunktes für den Einfall eines Ultrastrahlungsteilchens in ein Zählorgan ausreichend ist.

Nun hat der Multivibrator der Abb. 1 die Eigenschaft, selbständig mit einer Periode $T = \Delta t_1 + \Delta t_2$ zu kippen. Für seine Verwendung als wesentlichen Bestandteil eines Zählrohrverstärkers muß daher seine Schaltung so abgeändert werden, daß er nur jeweils einen einmaligen Kippimpuls liefert, wenn ein Zählrohrimpuls auftritt. Das gelingt leicht, indem man eine Schaltung gemäß Abb. 8 wählt. In ihr wird Röhre II durch eine negative Vorspannung im Sperrzustand festgehalten. Röhre I ist also in der Ruhestellung stets geöffnet und ihr Gitter auf Kathodenpotential. Infolge der festen negativen Vorspannung des Gitters der Röhre II ist zur Einleitung eines einmaligen Kippvorganges gemäß dem Multivibratormechanismus ein positiver Span-

nungsstoß erforderlich, durch den die Gittervorspannung soweit verschoben wird, daß derjenige Mindeststrom durch die zuvor gesperrte Röhre fließt, bei dem die Anodenspannungen instabil werden. Die Spitzenspannung des die Instabilität auslösenden Spannungstoßes kann hierbei um so kleiner sein, je näher die vorgegebene Gittervorspannung an dem Werte liegt, bei dem der fragliche Mindeststrom zu fließen beginnt. Wegen Temperaturschwankungen und Röhrenklängen ist dieser Spannungswert nicht genau fixiert und schwankend. Bezeichnet Δu_g den maximalen Betrag dieser Spannungsschwankung, dann wird für den vorliegenden Verwendungszweck die feste Vorspannung um mindestens diesen Spannungsbetrag kleiner gewählt werden müssen, als dem Kippeinsatzpunkt entspricht. Der Spannungstoß für die Auslösung des Kippvorganges durch Steuerung des Gitters der Röhre II hat mithin einen Schwellenwert vom Betrage Δu_g zu überwinden. Er kann experimentell bestimmt werden und ergibt sich im allgemeinen für eine Anordnung mit der PL 83 zu $\Delta u_g = 0,6 \text{ mV.}$ Dieser Wert schließt den von dem Anodenstrom der geöffneten Röhre I herrührenden Schwankungsstrom bereits ein. Für die gedachte Anwendung wird zu diesem Wert noch ein kleiner Sicherheitszuschlag zu machen sein, so daß die fest vorzugebende Gittervorspannung für die Röhre II bei günstiger Einstellung um etwa 1 mV unter der für den Kippeinsatz maßgebenden zu liegen kommt. Bei der Versuchsanordnung mit 2 PL 83 entsprach diesem Kippeinsatzpunkt eine Gittervorspannung von $-15,60 \text{ Volt.}$ In diesem Falle fließt ein Anodenstrom von $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ Amp.}$ Man kann diesen für den Kippeinsatz charakteristischen Mindeststrom direkt mit einem im Kathodenkreis eingeschalteten Galvanometer messen. Man kann ihn auch aus dem aufgenommenen Kennlinienverlauf in der Umgebung des ermittelten Wertes von $-15,60 \text{ Volt}$ entnehmen, wie dies aus Abb. 5 hervorgeht. Dabei zeigt sich, daß die Anlaufstromcharakteristik für diesen Gitterspannungspunkt einen Knick aufweist. Er dürfte auf die von diesem Arbeitspunkt an wirksam werdende inselartige Erweiterung der am Anodenstrom beteiligten Emissionsgebiete der Kathode zurückzuführen sein.

Um die Spannungsempfindlichkeit der Anordnung zu steigern, ist es erforderlich, den Auslöseimpuls für sie in einer Vorröhre zu verstärken. Dabei ist wiederum zu beachten, daß durch diese Verstärkung keine zusätzliche Verschlechterung der Ansprechzeit der Gesamtschaltung resultiert. Das ist ohne Anwendung des Kathodenverstärkerprinzips möglich, wenn der Zählrohrimpuls auf das Gitter der Vorröhre als positiver Spannungstoß zugeführt wird. Denn dann gilt eine analoge Überlegung, wie sie bei der Erörterung der Steilheit der abfallenden Impulsflanke eines Multivibratorimpulses angestellt wurde, d. h. daß man an der Anode dann die größte Änderungsgeschwindigkeit bei abfallender Spannung bekommt, wenn praktisch der ganze Steuerstrom zur Aufladung der schädlichen Kondensatoren aufgebraucht wird, was bei großen Arbeitswiderständen der Fall ist. Bei einer ansteigenden Spannungsänderung an der Anode kann hingegen die Änderungsgeschwindigkeit nur in dem Stromintervall ebenso groß sein wie bei abfallender, in dem die Steuerkennlinie linear ist. Denn nur so lange diese Bedingung erfüllt ist, kann der sich aus der Anodenstromminderung bei

negativer Steuerung ergebende Spannungsabfall über dem Anodenarbeitswiderstand durch einen zusätzlichen Entladestrom vom schädlichen Kondensator hergedeckt werden. In diesem Falle wird dann die gleiche Ladungsmenge in der gleichen Zeit zum Abfluß kommen, wie bei positiver Steuerung heraufgelangte. Nun bedingt aber der als Steuerimpuls genutzte Zählrohrenentladungsvorlauf im allgemeinen eine weit in das nichtlineare Kennliniengebiet hineinreichende Steuerspannung. Infolgedessen wird die Entladung des schädlichen Kondensators nach Überschreiten des linearen Kennlinienbereiches wesentlich durch die aus der schädlichen Kapazität und dem Außenwiderstand gegebene Zeitkonstante bestimmt sein, die bei großem R_a entsprechend groß ausfällt. Der über R_a abzunehmende verstärkte Zählrohrimpuls wird also, wenn man den Einfluß der Verstärkung abzieht, bei großem Außenwiderstand nur an der abfallenden Spannungsflanke gleich der des Auslöseimpulses sein, während er bei ansteigender zeitlich stark verzögert wird.

Die Unabhängigkeit der verstärkten Impulsflanke vom Arbeitswiderstand kann man durch eine einfache Rechnung leicht belegen. Zu diesem Zweck nehmen wir an, daß das Signal am Gitter die Form hat

$$U_g = u_0 (e^{\alpha t} - 1).$$

Für die Anodenstromänderung i gilt dann im linearen Kennliniengebiet entsprechend der Abb. 6, bei der C_p die Kapazität der schädlichen Parallelkondensatoren zur Anode der Röhre bedeutet, die Differentialgleichung

$$\frac{di_c}{dt} + \frac{i_c}{R_a \cdot C_p} = \frac{di}{dt} = S \cdot \frac{dU_g}{dt} = S \cdot \alpha \cdot U_0 (e^{\alpha t} - 1).$$

Sie hat die Lösung

$$i_c = A \cdot e^{-\frac{t}{R_a C_p}} = \frac{S \cdot U_0}{1 + \frac{1}{R_a \cdot C_p \cdot \alpha}} \cdot e^{\alpha t}.$$

Aus den Anfangsbedingungen $t = 0$, $i_c = 0$ errechnet sich A , und damit wird

$$i_c = \frac{S \cdot U_0}{1 + \frac{1}{R_a \cdot C_p \cdot \alpha}} \left[e^{\alpha t} - e^{-\frac{t}{R_a C_p}} \right].$$

Für $R_a C_p \gg 1/\alpha$, was bei genügend großem R_a gewährleistet ist, wird $1 + 1/R_a C_p \cdot \alpha \approx 1$. Unter Berücksichtigung, daß $i_c \sim du/dt$ ist, erhält man die Form des Spannungsverlaufes U_a an der Anode durch Integration. Das ergibt

$$u_a = \frac{S}{\alpha C_p} [\cdot u_0 (e^{\alpha t} - 1) - u_0 \alpha t],$$

bzw.

$$u_a = \frac{S}{\alpha C_p} [u_g - u_0 \alpha t].$$

Aus der Gleichung entnimmt man, daß für kleine Werte von t das 2. Glied der Klammer noch nicht mitbestimmend ist. Erst für größere Werte nimmt das 2. Glied schnell zu, so daß man für

$$u_g \gg u_0 \alpha t \quad \text{oder} \quad e^{\alpha t} - 1 \gg \alpha t$$

für $U_a = \frac{S}{\alpha C_p} \cdot u_0 (e^{\alpha t} - 1)$ erhält, d.h. bis auf den Faktor $S/\alpha C_p$ in der Tat die gleiche Kurvenform wie am Gitter. Der Faktor $\frac{S}{\alpha C_p}$ gibt die Verstärkung an,

die also für eine abfallende Vorderflanke

$$\frac{U_a}{U_g} = \frac{S}{\alpha C_p}$$

lautet.

Aus dieser Beziehung ist zu ersehen, daß die Form des verstärkten Impulses sowie der Verstärkungsfaktor unabhängig vom Arbeitswiderstand der Stufe sind und lediglich vom S/C -Verhältnis der Röhre und der Form des Eingangssignales, das durch α gekennzeichnet ist, abhängig ist. Ein mit hoher Zeitauflösung bei einem Anodenarbeitswiderstand von $R_a = 5 \text{ k}\Omega$ durchgeführter Versuch bestätigte dieses Ergebnis (Abb. 7). Man sieht gleichzeitig den Einfluß des Arbeitswiderstandes auf die für die vorgesehene Anwendung an sich uninteressante ansteigende Rückflanke. Die obere Kurve stellt in ihm den Signalimpuls dar. Die untere zeigt den mittels eines bis 300 MHz frequenzunabhängigen Spannungsteilers auf die gleiche Amplitude zurückgeführten verstärkten Impuls.

Damit ergibt sich als Schaltung für einen Zählrohrverstärker hoher Spannungsempfindlichkeit und präziser zeitlicher Fixierung des Einsatzes eines Entladungsimpulses eine Anordnung gemäß Abb. 8. In ihr kam als Vorröhre die C 3 g (von Siemens), als Multivibratorröhren die EF 42 und PL 83 und als Endröhre die EF 42 zu Verwendung. Die Auswahl der Röhrentypen erfolgte hierbei unter dem Gesichtspunkt, bei großen Röhrensteilheiten möglichst kleine Kapazitäten zu erhalten. Zwar haben die C 3 g und die EF 42 gleich große Gesamtkapazitäten, jedoch besitzt die C 3 g eine kleinere Ausgangskapazität als die EF 42 und diese wiederum eine günstigere Eingangskapazität, so daß es zweckmäßiger ist, die C 3 g für die Vorstufe und die EF 42 als erste Röhre der Multivibratorschaltung zu wählen. Als gesperrte Röhre ist die PL 83 geeignet, da sie wegen ihrer großen Stromergiebigkeit eine rasche Aufladung der schädlichen Kondensatoren gewährleistet und damit eine große Steilheit der negativen Impulsflanke an ihrer Anode erzielen läßt. Die Auslösung des Multivibrators geschieht am Gitter der offenen Röhre, da der von der Vorstufe erhaltene Auslöseimpuls negativ ist und deshalb an der ohnehin schon gesperrten Röhre keine Wirkung haben würde. Dadurch wird gleichzeitig die Empfindlichkeit des Multivibrators noch etwas gesteigert. Die Messungen [6, 7, 8], bei denen es auf eine möglichst exakte Festlegung des Einsatzpunktes einer Zählrohrenentladung bzw. einer Szintillation in einem Szintillationszähler ankommt, haben nun nur Sinn, wenn der zeitlich fixierte Einsatzpunkt mit einem anderen ebenso genau festgelegten verglichen und der Zeitunterschied zwischen beiden gemessen werden kann. Eine vollständige schaltungstechnische Versuchsanordnung für

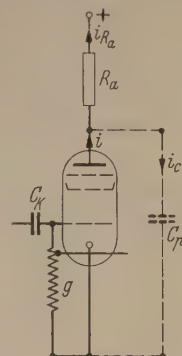


Abb. 6. Schaltbild mit schädlicher Röhrenkapazität zur Berechnung der Vorderflankenverstärkung.

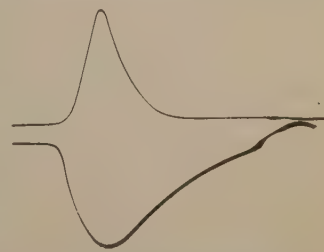


Abb. 7. Auf gleiche Amplitude gebrachter Auslöseimpuls (oben) und verstärkter Impuls (unten).

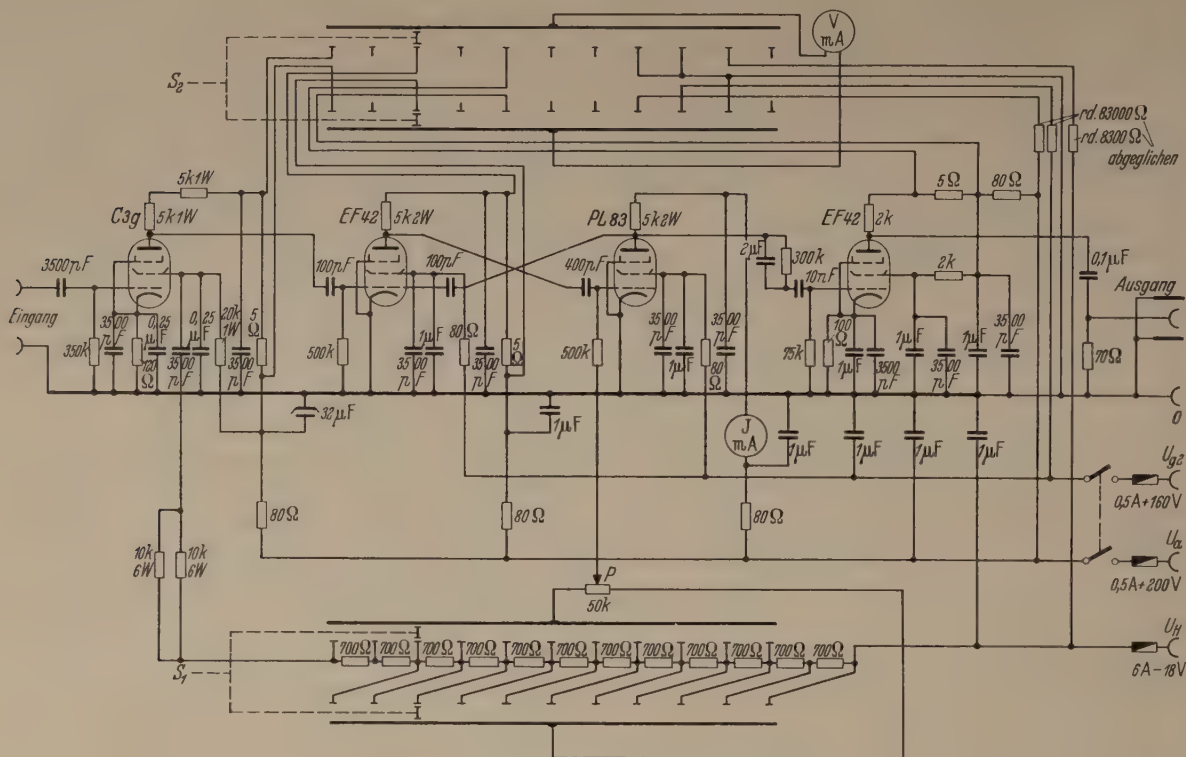


Abb. 8. Gesamtschaltbild des Impulsverstärkers.

eine derartige Messung benötigt daher zwei Verstärker nach Art der Abb. 8, deren Ausgangsimpulse einer Zeitmeßeinrichtung zuzuführen sind. Die Zeitmeßeinrichtung muß hierbei so gestaltet sein, daß die von den beiden Impulsverstärkern herrührenden Impulse nicht aufeinander zurückwirken können. Um diesen möglichen rückwirkenden Einfluß von vornherein weitgehend zu unterdrücken, wurde in der Schaltung der Abb. 8 noch eine Ausgangsröhre angeschlossen, deren Anodenwiderstand gegebenenfalls so gewählt werden kann, daß er dem Wellenwiderstand eines anzuschließenden Kabels entspricht, so daß der verstärkte Impuls gegebenenfalls zum Zwecke einer beliebigen zeitlichen Verzögerung über eine entsprechend lange Kabelstrecke geleitet werden kann.

Die Ausführung und Durchmessung der beschriebenen Apparatur ergab an der Anode der gesperrten Röhre einen verstärkten Impuls mit einer Amplitude von 180 Volt und einer Flankensteilheit von $1,1 \cdot 10^{-9}$ sec/Volt. Die Form der zu erhaltenden Impulsflanke ist mit einer Zeitauflösung von $4 \cdot 10^{-8}$ sec/mm aufgenommen und in Abb. 4 verkleinert dargestellt. Die Zeitdauer des Multivibratorimpulses betrug hierbei 20 μ sec. Sie hängt von der Zeitkonstante $C_2 R_{g1}$ ab und ist in weiten Grenzen beliebig wählbar.

Für die Auslösung des Impulses genügt ein Spannungsstoß von 0,3 mV Amplitude am Gitter der Vorstufe. Zur Ingangsetzung des Kippvorganges reichen zwar schon 0,2 mV aus, jedoch ist mit einer so geringen Impulssteuerung wegen der integralen Eigenschaft der Vorstufenschaltung eine zeitliche Verzögerung der Ausgangsspannung verbunden. Sie verschwindet ab 0,3 mV Steuerspannung bei optimaler Einstellung der Gittervorspannung für die PL 83. Um diese Vorspannung auf ihren günstigsten Wert bringen zu können, ist sie über den Schalter S_1 in Stufen von ca 1 Volt und mittels des geeichten Potentiometers auf Bruchteile eines mV veränderlich. Zur Einstellung wird das Meß-

instrument J Abb. 8 benutzt. Dies zeigt solange einen Strom an, solange infolge zu kleiner Vorspannung der Multivibrator selbständig kippt. Hat man dann durch Regelung am Regelwiderstand P die Spannung festgelegt, bei der gerade eben noch ein selbständiges Kippen zustandekommt, dann macht man durch Regelung von P die so bestimmte Vorspannung um einen festen Wert von ca. 0,5 mV negativer, womit das selbständige Kippen aufhört und die Anlage betriebsbereit wird für Spannungsschöße von 0,3 mV an aufwärts. Die angestellten Untersuchungen ergaben, daß die zeitliche Fixierung des Beginns des Multivibratorimpulses zweier derartiger Verstärker untereinander genauer war als mit einer Meßanordnung ermittelt werden konnte, die eine Ablesung bis auf $1 \cdot 10^{-9}$ sec/mm Leuchtlinienlänge einer Kathodenstrahlröhre erlaubte.

Die Einstellbarkeit des optimalen Arbeitspunktes der gesperrten Röhre auf etwa 0,5 mV unter der für den Kippeinsatz maßgebenden Vorspannung erfordert eine strenge Stabilisierung der Betriebsspannungen. Man ersieht dies aus den gemessenen Abhängigkeiten der Gittervorspannungsänderung ΔU_K von der Änderung der Heizspannung sowie der Schirmgitter- und Anodenspannung, die in Abb. 9a und b wiedergegeben sind. Wegen des sich hieraus ergebenden starken Einflusses auf die Spannungsempfindlichkeit des Verstärkers wurden die Betriebsspannungen für das beschriebene Gerät bei den Messungen aus Autobatterien entnommen, deren Spannung unter Kontrolle stand. Als Kontrollinstrument diente das mittels des Schalters S_2 auf Heiz-Schirmgitter- und Anodenspannung umschaltbare Meßinstrument V . Die erforderliche Konstanz der Batteriespannungen für das Gerät bei Ausnutzung seiner höchsten Spannungsempfindlichkeit ist jedoch auch von Netzgeräten spezieller Schaltungen zu erfüllen.

Die für die entwickelte Meßanordnung verwendete Multivibratorschaltung wird in der Art nach Abb. 8

is monostabiler bezeichnet, weil sie durch jeden genügend kurzzeitigen Steuerimpuls jeweils nur einmal ansteigt und hierbei einen zeitlich rechteckförmigen Spannungsimpuls einer Zeitdauer liefert, der von den Zeitkonstanten des Gitterkreises der Röhre I abhängig ist. Die Schaltung stellt indessen nicht die einzige Möglichkeit für eine monostabil arbeitende Anordnung dar. So kann man beispielsweise die Rückkopplung von der Röhre II der Abb. 1 auch über die Kathode durchführen, wenn Kathodenarbeitswiderstände eingeschaltet sind. Eine derartige Anordnung liefert etwas günstigere Bedingungen in Bezug auf die Größe der schädlichen Kapazitäten an der Anode der Röhre II. Andererseits ist aber der Spannungsbedarf soviel größer als im Falle der verwendeten Multivibratorschaltung, daß sie im ganzen gesehen untergeordnet ist. Das gleiche gilt von den verschiedenen Formen der sogenannten bistabilen Multivibratorschaltungen. Bei diesen lassen sich ebenfalls sehr steil abfallende Flanken erzielen. Indessen ergeben auch diese Schaltungen gegenüber der verwendeten wegen des wesentlich größeren Spannungsbedarfes geringere Spannungsempfindlichkeiten für eine Gesamtanordnung entsprechend der Abb. 8.

Zusammenfassung.

Es wird untersucht, in welchem Maße ein Multivibrator zur Beobachtung von Zeitsignalen sehr kleiner Amplitude an Stelle eines breitbandigen Verstärkers zur Messung extrem kurzer Zeitintervalle verwendet werden kann. Überlegungen bezüglich der erreichbaren Flankensteilheit und Empfindlichkeit des Multivibrators werden angestellt und auf Grund der daraus erhaltenen Ergebnisse aus der Vielzahl der möglichen Multivibratorschaltungen die für die vorliegende Zielsetzung günstigste ausgesucht. Es wird dann ein Multivibrator beschrieben, der in Verbindung mit einer

Vorstufe auf Steuerimpulse einer Spannungsamplitude von 0,3 mV anspricht und dabei Impulse liefert, die bei einer Flankensteilheit von $1,1 \cdot 10^{-9}$ sec/V eine Span-

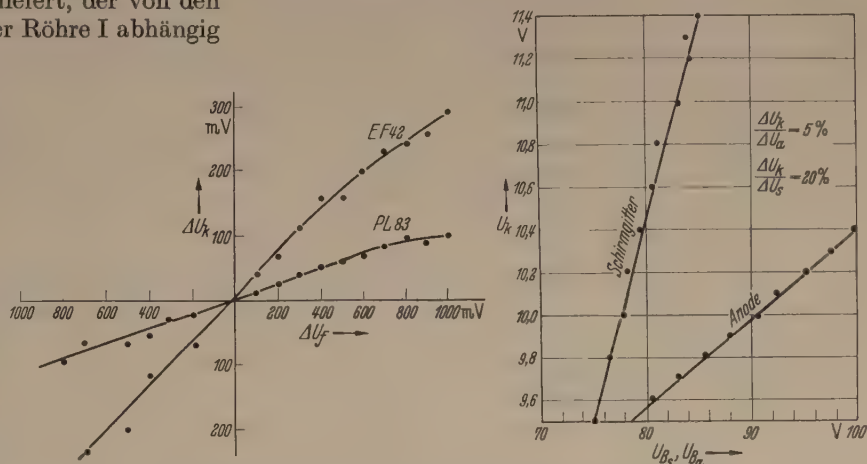


Abb. 9a, b. a) Abhängigkeit der Kippeinsatzgittervorspannung U_K von der Heizspannung U_F .
b) Abhängigkeit von U_K von Anoden- und Schirmgitterspannung.

nungsamplitude von 180 V besitzen. Mit dieser Anordnung können Zeitsignale einer Amplitude von 0,3 mV mit einer zeitlichen Einsatzgenauigkeit unter $1 \cdot 10^{-9}$ sec gemessen werden. Die damit erreichte Empfindlichkeit und Einsatzgenauigkeit des Multivibrators entspricht den Forderungen, wie sie an Zählrohrverstärker gestellt werden, mit denen beispielsweise Laufzeiten von Ultrastrahlungsteilchen gemessen werden sollen. Wegen des wesentlich geringeren Röhren- und Schaltaufwandes gegenüber Kettenverstärkern ist es daher zweckmäßig, für solche Probleme die beschriebene Multivibratorschaltung zu verwenden.

Literatur. [1] CHRISTIANSEN, J., U. a.: Z. angew. Phys. **4**, 326 (1952). — [2] FEIGS, H.: Funk u. Ton **3**, 291 (1948). — [3] HORTON, W. H.: Proc. I.E.R. **38**, 748 (1950). — [4] KROEBEL, W. u. E. KNOOP: Z. angew. Phys. **2**, 281 (1950) und KROEBEL, W.: Elektron **5**, 444 (1951/52). — [5] STUTZER, G.: Kieler Dissertation (1952). — [6] LUNDBY, A.: Rev. Sci. Inst. **22**, 324 (1951). — [7] HOFSTADTER, R.: Rev. Sci. Inst. **21**, 52 (1950). — [8] SHRADER, E. F.: Rev. Sci. Inst. **21**, 883 (1950).

Prof. Dr. WERNER KROEBEL und Dr. GERHARD STUTZER,
Institut f. angew. Physik der Universität Kiel.

Schichtdickenmessung mit Röntgenstrahlen.

Von BERNHARD HESS, Regensburg.

Mit 9 Textabbildungen.

(Eingegangen am 24. Juni 1953.)

H. MAYER hat in seinem Buch „Physik dünner Schichten“ [1] 31 Schichtdicken-Meßmethoden behandelt. Es sind Wägemethoden, optische, elektrische, magnetische, chemische und Röntgenmethoden. Aus der großen Zahl der entwickelten Meßverfahren ist die Bedeutung der Dickenmessung dünner Oberflächenschichten zu ersehen; andererseits geht daraus hervor, daß den einzelnen Methoden nur ein begrenzter Anwendungsbereich zukommt.

Die Dickenmessung dünner Oberflächenschichten mittels Röntgenstrahlen kann auf verschiedene Weise versucht werden. Ein Verfahren [2] benutzt die von Schicht- und Trägerstoff ausgehende Röntgenstreustrahlung,

die photographisch registriert wird. Aus der Schwärzung wird auf die Dicke der Schicht geschlossen. Eine andere Methode [3] empfiehlt die Bestrahlung des Untersuchungsobjektes mit Röntgenstrahlen geeigneter Wellenlänge zur Erzeugung der Eigenstrahlung des Trägermaterials. Die Intensität der Fluoreszenzstrahlung wird mit einem für das Verfahren entwickelten Spezialzählrohr gemessen und aus der Intensität und einer Eichkurve die Schichtdicke bestimmt. Bei dem Verfahren von KRIESSIG [4] fallen Röntgenstrahlen unter einem Winkel nahe dem Grenzwinkel der Totalreflexion auf die Schicht. Die dabei entstehenden Interferenzen werden photographisch

registriert und aus dem Abstand der Interferenzstreifen wird die Schichtdicke ermittelt.

Eine andere Röntgenmethode, die von mir vor längerer Zeit entwickelt worden ist [5], weist einige

strahlt wurde mit einer Röntgenröhre mit Wolfram-anode und drei verschiedenen Strahlenqualitäten: 190 kV (14 mA), Filter: 0,5 mm Pb, 1 mm Cu, 0,5 mm Al — 160 kV (3 mA), 1 mm Cu — und 40 kV (3 mA), 0,8 mm Cu.

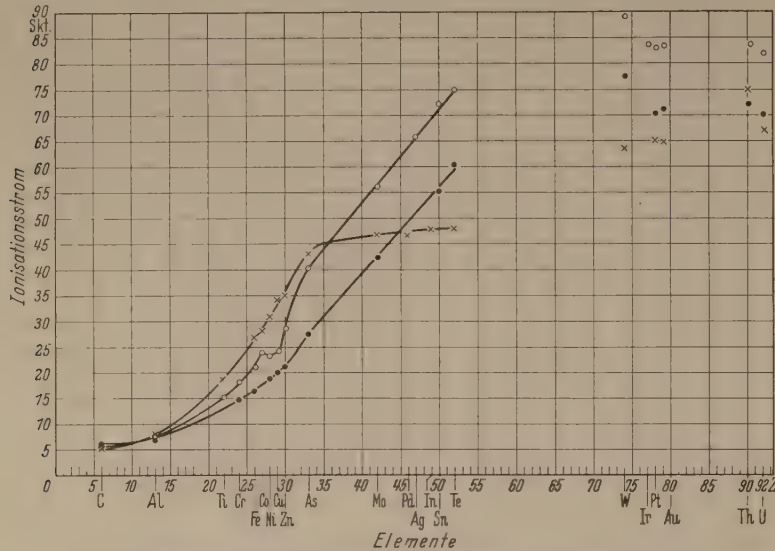


Abb. 1. Ionisationsstrom als Funktion der Ordnungszahl des bestrahlten Stoffes für die Strahlenqualitäten: I. 40 kV (3 mA), ohne Zusatzfilter (×); II. 160 kV (3 mA), Zusatzfilter 1 mm Cu (o); III. 190 kV (14 mA), Zusatzfilter: 0,5 mm Pb, 1 mm Cu, 0,5 mm Al (.)

spezielle Vorzüge auf, die es lohnend erscheinen lassen sie im Folgenden mitzuteilen.

Ein mit Röntgenstrahlung bestrahltes Untersuchungsobjekt sendet Sekundärelektronen aus, die

Ist die Oberfläche des bestrahlten Körpers mit einer Schicht aus anderem Stoff versehen, dann ist der Ionisationsstrom in der Ionisationskammer größer oder kleiner als bei dem Trägerstoff allein und er nimmt mit zunehmender Schichtdicke zu oder ab, je nachdem der Sekundärelektronen-Effekt des Materials der Deckschicht größer oder kleiner als der des Trägermaterials ist. Diese Abhängigkeit des Ionisationsstroms von der Dicke der oberflächenschicht wird zur Dickenmessung benutzt. In den Abb. 2—5 sind einige Ionisationsstrom-Messungen an Schichten bekannter Dicke mitgeteilt. Als Schichten fanden dünne Folien Verwendung, die auf das Trägermaterial aufgelegt wurden. Ferner wurden untersucht: Lackschichten, aufgedampfte und elektrolytisch niedergeschlagene Schichten.

Abb. 6 stellt eine schematische Schnittzeichnung der Ionisationskammer dar, mit der die Messungen der Abb. 1—5 durchgeführt worden sind. Sie besteht aus einem kleinen Rohr aus Trolitul, in das die Röntgenstrahlung axial eintritt. Der Strahlendurch-

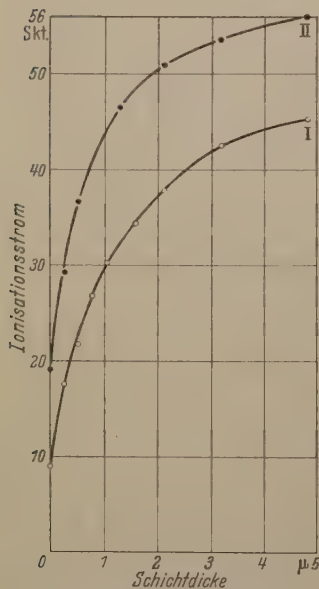


Abb. 2. I. Silber auf Glas (190 kV); II. Silber auf Kupfer (180 kV).

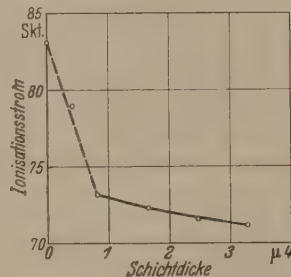


Abb. 3. Kupfer auf Zink (160 kV).

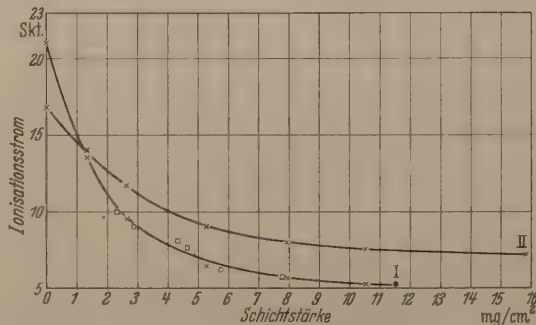


Abb. 4. Isolierschichten auf Eisen: I. 160 kV, Papier (×), Kunststoff-Folie (o), Lack (□); II. 190 kV, Papier (×).

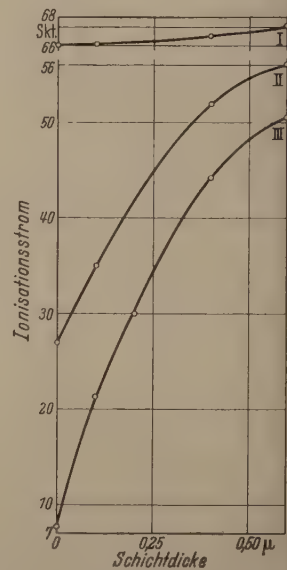


Abb. 5. I. Gold auf Silber; II. Gold auf Kupfer; III. Gold auf Aluminium (160 kV)

die umgebende Luft ionisieren. Diese Ionisation kann in einfacher Weise gemessen und zur Schichtdickenbestimmung benutzt werden.

Abb. 1 zeigt die Abhängigkeit der Ionisationsgröße vom Material der bestrahlten Fläche [6]. Als Ordinate ist der Ionisationsstrom in willkürlichen Einheiten aufgetragen, wie er mit der unten beschriebenen Ionisationskammer erhalten wurde, und als Abszisse die Ordnungszahl des jeweils bestrahlten Elementes. Be-

messer war 6 bzw. 8 mm. Auf das Röhrchen wird die zu untersuchende Fläche (P) aufgelegt. Sie bildet den Abschluß des Ionisationsraumes (Q) nach oben. Nach unten, zur Röntgenröhre hin, ist er begrenzt durch eine Platte aus einseitig graphitisiertem Trolitul (also aus einem Material mit geringem Sekundärelektronen-Effekt). Diese Platte dient als Elektrode und führt 100 V Zugspannung gegen das geerdete Materialstück. Untersuchungsobjekt und Ionisationsstrecke

egen bei dieser Anordnung in Reihe. Handelt es sich um dickere Oberflächenschichten aus bestem Isolationsmaterial, so daß deren Widerstand groß gegenüber dem der Gasstrecke ist, so könnten zwei Elektroden mit einem Zugfeld quer zur Röntgenstrahlung angeordnet werden. Die Abmessungen des Ionisationsraumes sind klein gewählt, kleiner als die mittlere Reichweite der Sekundärelektronen, um die Ionisation durch primäre und sekundäre Röntgen-

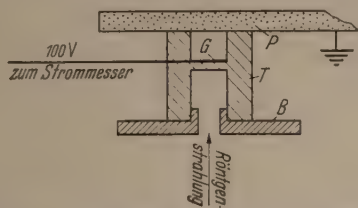


Abb. 6. Schematische Schnittzeichnung des Schichtdickenmessers I.
T Trolitul, P Prüfling, B Bleiblende, G Ionisationsraum.

strahlung im Vergleich zur Ionisation durch die Elektronen klein zu halten. Der Beitrag der Röntgenstrahlen und der Sekundärstrahlung aus dem Kammermaterial entspricht dem in Abb. 1 nach $Z=0$ extrapolierten Ionisationswert.

Die Stromstärken in der beschriebenen Schichtdicken-Meßkammer sind bei den verwendeten Strahlenintensitäten von der Größenordnung 10^{-11} bis 10^{-12} A, also Ströme, wie sie bei Röntgendosismessungen auftreten. Geeignete Strommeßgeräte sind für

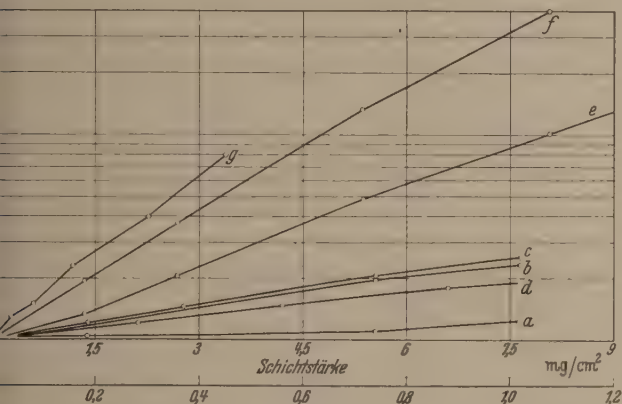


Abb. 7. $\ln \frac{I_T - I_D}{I - I_D}$ als Funktion der Schichtstärke: a) Gold auf Silber, b) Gold auf Kupfer, c) Gold auf Aluminium, d) Silber auf Kupfer, e) Papier auf Eisen (190 kV), f) Papier auf Eisen (160 kV), g) Silber auf Glas. (10 μ entsprechen 0,88 mg cm^{-2} Papier, 1,15 mg cm^{-2} Kunststoff-Folie und 1,3 mg cm^{-2} Lack; ferner 1 μ 1,9 mg cm^{-2} Gold, 1,05 mg cm^{-2} Silber).
a—d unterer, e—g oberer Abszissenmaßstab.

dosimetrische Messungen entwickelt worden. Wir benutzen den praktischen Momentandosismesser von Siemens-Reiniger, ein Netzgerät, bei dem die Stromstärke mit einem Quadrantelektrometer robuster Bauart gemessen wird. Der Ionisationsstrom wird von der Kammer über ein Kabel dem Meßinstrument zugeführt.

Zur Schichtdickenmessung ist eine Eichkurve der jeweiligen Kombination Schichtstoff-Trägerstoff notwendig, die mit Hilfe bekannter Schichtdicken einmal hergestellt werden muß. Zur Messung einer unbekannten Schichtdicke wird zunächst die Spannung und Röhrenleistung eingestellt, die bei Festlegung der Eichkurve verwendet worden ist, wobei zur Einstellung der Röhrenleistung am besten der Schicht-

dickenmesser selbst verwendet wird. Dann wird die zu messende Schicht auf die Kammer aufgelegt und die dem Ausschlag des Strommessers entsprechende Dicke der Schicht an der Eichkurve abgelesen. Die Genauigkeit der Schichtdickenbestimmung hängt ab: 1. von der Dicke der zu messenden Schicht, 2. von den Ordnungszahlen des Schicht- und Trägerstoffes, 3. von der Intensität und Qualität der Röntgenstrahlung, 4. von der Empfindlichkeit des Strommessers und 5. von der Größe der bestrahlten Fläche. Bei den benutzten Strahlungen kann mit obigem Dickenmesser von dünnsten Schichten bis zu einer etwa 6 μ dicken Silberschicht auf Glas oder einem etwa 2 μ dicken Goldbelag auf Kupfer oder bis zu etwa 80 μ dicken Isolierschichten auf Eisen oder Kupfer gemessen werden. Mit einer Meßgenauigkeit von $\frac{1}{4}$ Skalenteil für den Ionisationsstrom (geregelter Heizspannung der Röntgenröhre!) wird bei entsprechend guter Eichkurve für eine $\frac{1}{2}$ μ dicke Silberschicht auf Glas eine 6%ige, für eine 2 μ -Schicht eine 2%ige

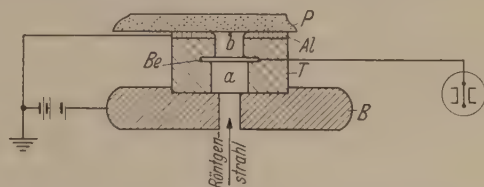


Abb. 8. Schematische Schnittzeichnung des Schichtdickenmessers II.
T Trolitul, P Prüfling, Al geerdetes Al-Blech, B Bleiblende, Be Berylliumscheibe, a und b Ionisationsräume.

und für eine 4 μ -Schicht eine 3%ige Genauigkeit der Dickenbestimmung erzielt. Eine 10 μ dicke Isolierschicht auf Eisen kann mit einer Genauigkeit von 5%, eine 20 μ -Schicht auf 4% und eine 50 μ -Schicht auf 3% genau gemessen werden.

Je mehr sich die Ionisationsströme des Schicht- und des Trägerstoffes voneinander unterscheiden, je größer also der Abstand ihrer Ordnungszahlen ist (Abb. 1), desto empfindlicher mißt im allgemeinen die Apparatur die Schichtdicke. Für zwei im periodischen System benachbarte Stoffe, z.B. Kupfer auf Zink (Abb. 3, ähnlich verläuft Eisen auf Zink), kann die Genauigkeit der Dickenmessung in manchen Fällen durch Wahl einer geeigneten Strahlung, eventuell unter Ausnutzung des Absorptionssprunges, erhöht werden.

Zur Ermittlung der zur Dickenmessung notwendigen Eichkurve müssen mehrere Schichten bekannter, etwa durch Wägen bestimmter Dicke zur Verfügung sein, eine Voraussetzung, durch die die Verwendbarkeit des Verfahrens eingeengt wird. Handelt es sich bei den Schichten, die gemessen werden sollen, um sehr dünne Schichtstärken (s) bis etwa 1 mg cm^{-2} oder auch um vielfach dickere Schichten, wenn eine der Komponenten, Schichtstoff oder Trägerstoff, wenig zur Ionisation beiträgt, so darf die folgende einfache exponentielle Beziehung für die Eichkurve angenommen werden:

$$\ln \frac{I_T - I_D}{I - I_D} = \mu / \rho s.$$

In diesen Fällen kann also aus I_T , dem Ionisationsstrom, der bei Bestrahlung des Trägermaterials entsteht, aus I_D , dem Ionisationsstrom bei Bestrahlung des Schichtmaterials (wozu auch eine genügend dicke Oberflächenschicht benutzt werden kann), und aus dem Ionisationsstrom I einer Schicht bekannter Dicke oder bekannter Schichtstärke (mg cm^{-2}) der Massen-

absorptionskoeffizient μ/ρ , also die Neigung der Geraden in der logarithmischen Darstellung (Abb. 7) und damit die Eichkurve ermittelt werden.

In Abb. 7 sind von den vorliegenden 23 Meßreihen verschiedener Stoffkombinationen die Werte für die oben mitgeteilten Beispiele eingetragen und jeweils durch Polygonzüge verbunden. Für eine Kupferschicht auf Zink, also eine Kombination zweier Stoffe, deren Ordnungszahlen sich nur um sehr wenig (Cu 29, Zn 30) unterscheiden, kann die eben geschilderte Festlegung der Eichkurve nicht benutzt werden.

Eine Abwandlung der oben beschriebenen Schichtdickenmeßkammer zeigt Abb. 8. Sie besteht aus zwei Ionisationsräumen. Der Ionisationsraum a ist gegen die Röntgenröhre hin durch ein jeweils geeignetes Strahlenfilter abgeschlossen, der Ionisationsraum b wieder wie früher durch den Prüfling (P) nach oben begrenzt. Die Meßelektrode aus Beryllium (Be), die beide Ionisationsräume trennt, ist mit einem Elektrometer

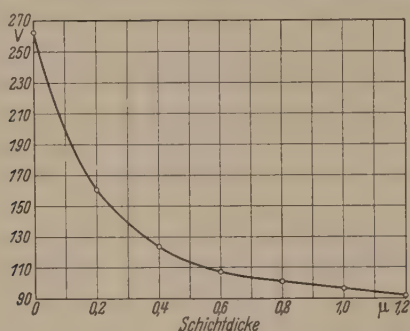


Abb. 9. Gold auf Silber gemessen mit Schichtdickenmesser II.

verbunden. Bei Änderung der Energie der Sekundärelektronen ändert sich die Ionisation und damit der Widerstand W_b der Gasstrecke des Ionisationsraumes b . Liegt am Filter eine Spannung von etwa 300 V, und am Prüfling wieder die Spannung 0, so zeigt das Elektrometer eine Spannung V an, die gegeben ist durch $V = 300 \cdot W_b / (W_a + W_b)$. Die Spannung am Elektrometer ändert sich also mit der Ionisation im Ionisationsraum b und damit mit der Schichtstärke des Prüflings.

Die Schichtdickenmeßkammer II hat gegenüber der Meßkammer I zwei Vorteile: 1. der Meßwert ist nicht abhängig von kleinen Schwankungen der Dosisleistung der Röntgenröhre als Folge der Netzschwankungen, da die Widerstände W_a und W_b sich dabei ungefähr im gleichen Verhältnis ändern; 2. an Stelle der Messung der geringen Ströme von der Größenordnung 10^{-12} A tritt die einfachere Spannungsmessung von der Größenordnung 100 V, wobei meist eine Meßgenauigkeit von einigen Prozent genügt; 3. der Strahlquerschnitt kann wesentlich kleiner gewählt werden, ohne daß die Meßgenauigkeit leidet. Lediglich die Einstellzeit des Elektrometers wird, bei gleicher Dosisleistung der Röhre, mit Verkleinern des Strahlquerschnitts verlängert.

In Abb. 9 ist das Beispiel Gold auf Silber noch einmal mit dieser abgewandelten Meßmethode gemessen. Der Durchmesser des verwendeten Röntgenstrahlenbündels war bei Meßkammer II 7 mm. Als Elektrometer wurde ein Einfadenelektrometer der Firma Leybold verwendet. Die Röhrenspannung des benützten Halbwellenapparates (Amerikanisches Feldröntengerät) betrug 57 kV, der Röhrenstrom 1 mA; als Filter für die mit 300μ Cu vorgefilterte Röntgenstrahlung wurde 10μ Ag verwendet.

Ein Vorteil der in dieser Arbeit beschriebenen zerstörungsfrei arbeitenden Schichtstärken-Meßmethode ist ihre vielseitige Anwendbarkeit. Weiter hervorzuheben ist, daß die Schichtdicke an einem entsprechend geeichten elektrischen Meßinstrument unmittelbar abgelesen werden kann, ferner, daß eine kontinuierliche Kontrolle bei laufender Fertigung möglich ist und schließlich, daß die Meßkammern und die Durchführung der Messungen sehr einfach sind.

Mit dem Schichtdickenmesser können auch Konzentrationsmessungen an Zweistoffsystemen vorgenommen werden. Es sei hierbei erwähnt, daß bei Messungen an Aluminium mit 2% Kupfer eine geringe Abhängigkeit der Ionisation vom Zustand der Legierung beobachtet wurde. Bei abgeschrecktem Material (Cu gelöst) war die Ionisation um ein Geringes größer als bei angelassenem Material (Cu an der Korngrenze).

Während der Drucklegung der vorliegenden Arbeit wurde mir ein von R. BERTHOLD [7] veröffentlichtes Verfahren bekannt, das noch nicht in der Zusammenstellung von H. MAYER aufgeführt ist. BERTHOLD bestrahlt die Schichten mit Beta-Strahlen und mißt die zurückgestrahlten Beta- und Röntgenstrahlungen mit einem Zählrohr. Aus der Intensität dieser Strahlung wird auf die Schichtdicke geschlossen. Mit dem Verfahren werden bis zu rund zwanzigmal größere Schichtdicken gemessen; die Empfindlichkeit der Methode nimmt aber bei den dünnen Schichten, wie sie oben gemessen wurden, ab.

Zusammenfassung.

Bei dem vorliegenden Verfahren wird die Abhängigkeit des Röntgen-Sekundärelektroneneffektes von der Dicke der Oberflächenschicht zur Dickenmessung dünnster Schichten bis zu Schichtstärken von einigen mg cm^{-2} benutzt. Auf eine kleine, oben offene Ionisationskammer (Abb. 6) wird die zu messende Schicht aufgesetzt; die Röntgenstrahlung strahlt durch die Kammer hindurch auf die Schicht. Der Ionisationsstrom wird mit dem Universaldosismesser von Siemens-Reiniger gemessen und aus ihm und einer Eichkurve für die betreffende Stoffkombination die Schichtdicke ermittelt.

Bei einer zweiten Meßanordnung durchstrahlt der Röntgenstrahl noch einen zweiten Ionisationsraum koaxial mit dem ersten (Abb. 8). Die Spannung an der Meßelektrode aus Beryllium, die beide Ionisationsräume trennt, ändert sich mit der Ionisation durch den Prüfling (Potentiometerschaltung). Sie wird mit einem Elektrometer gemessen und aus ihr wieder die Schichtdicke bestimmt.

Zur Herstellung der Eichkurve ist in vielen Fällen neben den Messungen an Träger- und Deckstoff nur die Ionisationsstrommessung an einer Oberflächenschicht bekannter Dicke notwendig.

Der Schichtdickenmesser eignet sich auch zur Untersuchung von Zweistoffsystemen.

Literatur. [1] MAYER, H.: Physik dünner Schichten. Stuttgart 1950. — [2] SCHENK, D.: Z. Korros. u. Metallsch. 19, 1 (1943). — [3] ZIPPRICH, G.: unveröffentlicht, Phys.-techn. Reichsanstalt 1943. — [4] KIESSIG, H.: Ann. d. Phys. (5) 10, 715 (1931). — [5] HESS, B.: Patentanmeldung H 170 973 IXb/42b 1943. — [6] Siehe auch z. B. VETTE, E.: Ann. d. Phys. 5, 929 (1930). — [7] BERTHOLD, R.: Z. VDI 91, 467 (1949) und 95, 207 (1953).

Professor Dr. BERNHARD HESS,
Regensburg, Schloß Prüfening.

Aufbau und technische Eigenschaften von Hochvakuum-Röntgenblitzröhren*.

VON WERNER SCHAAFFS und KARL-HEINZ HERRMANN.

(Mitteilung aus der physikalischen Abteilung des Werkstoff-Hauptlaboratoriums der Siemens & Halske A. G. in Berlin-Siemensstadt).

Mit 25 Textabbildungen.

(Eingegangen am 21. August 1953).

I. Die Entwicklung der Hochvakuum-Röntgenblitzröhren.

In einer in dieser Zeitschrift erschienenen Abhandlung [1] wurde vor 4 Jahren die Entwicklung geschildert, die von der ersten mit Quecksilberdampf gefüllten Röntgenblitzröhre von STEENBECK zur Hochvakuum-Röntgenblitzröhre geführt hat. Zur Darstellung dieser Entwicklung sind noch einige erst vor kurzem bekannt gewordene Einzelheiten nachzutragen. Die technische Ausführungsform der in Abb. 3c der genannten Abhandlung [1] skizzierten Röntgenblitzröhre von J. MÜHLENPFORDT findet sich in einer deutschen Patentschrift [2] beschrieben. Bei dieser Röhre stand einer noch stiftförmigen Kathode eine gegen die Elektronenflugrichtung geneigte ovale Anode gegenüber. Die Röntgenstrahlung trat senkrecht zur Röhrenachse aus; durch die Schrägstellung der Anode wurde ein möglichst kleiner scheinbarer Brennfleck bzw. Brennstich erzielt. Die Kathode war zunächst als dünner massiver Stift ausgeführt, um an ihr eine hohe elektrische Feldstärke zu erzielen, die zur Einleitung der Entladung notwendig war. Es erwies sich dann eine zwar stiftförmige, aber in der Mitte ausgebohrte Kathode dadurch als vorteilhafter, daß sie im Betrieb weniger abgenutzt wurde. Eine mögliche Erklärung für dieses Verhalten findet sich in der genannten Schrift [2].

Dieser Röntgenröhre mit stiftförmiger Kathode gab K. ZÜHLKE eine Weiterentwicklung, welche in der Patentschrift [3] beschrieben ist. Er gestaltete die Kathode nicht stiftförmig, sondern als flache Scheibe mit kreisförmiger zentraler Öffnung. In diese Öffnung lagte die Anode in Gestalt eines massiven Kegels hinein. Durch diese Anordnung sollte erreicht werden, daß von jedem Punkte einer photographischen Platte, auf welcher sich ein durchstrahltes Objekt abzeichnete, jeder Punkt der Anode gesehen werden konnte, so daß die Belichtung eines ausgedehnten Objekts über die Platte hin gleichmäßig war.

In der weiteren Entwicklung wurde die Kathode nicht in Form eines flachen Ringes, sondern als ein Hohlkegel ausgebildet, dessen Achse mit der Anodenachse zusammenfiel, wie es die Abb. 4 der Arbeit [1] zeigt. Die der Anode zugekehrte Öffnung dieses Hohlkegels wurde nicht scharfkantig ausgeführt, sondern bestand aus einem der Anode zugekehrten Wulst. Als Kathodenmaterial diente Wolfram oder Molybdän. Die der Anode abgewandte Öffnung des Hohlkegels wurde mit einem meist aus Aluminium bestehenden Strahlenaustrittsfenster verschlossen.

Die nächste Stufe der Entwicklung wurde durch die Einführung einer Zündelektrode durch MÜHLENPFORDT und ZÜHLKE in die vorgenannte Röhrentype gekennzeichnet. Eine Hilfelektrode zur Zündung hatte schon die erste Röntgenblitzröhre von STEEN-

BECK [4] und die daraus entstandene Hochvakuum-Röntgenblitzröhre von SLACK [5] [6] enthalten. Dem Wolframkegel der Anode stand wieder der Hohlkegel der Kathode gegenüber. Die scheibenförmige Zündelektrode war durch einen ringförmigen Spalt von einigen Zehnteln Millimetern Weite von der Kathode getrennt. Die volle Spannung des geladenen Kondensators lag dauernd zwischen Anode und Kathode, wenn das Hochvakuum genügend isolierte. Wurde jetzt über einen Zündtransformator ein so hoher Spannungsimpuls an den Spalt gelegt, daß durch hohe elektrische Feldstärke Feldemission von Elektronen eintrat, so wurde die Hauptentladung zwischen Anode und Kathode ausgelöst und führte zur Abstrahlung des Röntgenblitzes. Die Zündelektrode wurde dabei durch einen Ringisolator im gewünschten Abstand von der Kathode gehalten.

Ein solcher Isolator konnte nach MÜHLENPFORDT und ZÜHLKE auch als Halbleiter ausgebildet sein. Natürlich konnte man in diesem Falle den Spalt fortlassen und den Halbleiter als Halbleiterfunkenstrecke benutzen.

Der Vorteil einer solchen

Anordnung lag darin, daß die Zündspannung beispielsweise nicht 20 kV zu betragen brauchte, sondern nur 2 kV, da zur Ausbildung eines Halbleiterfunkens keine eigentliche elektrische Feldemission erforderlich ist. Der Nachteil lag aber darin, daß der Halbleiter sehr schnell zum Volleiter wurde und keinen Zündfunken mehr entstehen ließ, wenn er der Verdampfung der Anode direkt ausgesetzt war. Daher ist diese Abart der Röntgenblitzröhre nicht weiter entwickelt worden.

II. Konstruktion und Schaltung verschiedener Hochvakuum-Röntgenblitzröhren.

Der Anfang der Weiterentwicklung der Röhren von MÜHLENPFORDT und ZÜHLKE nach 1945 durch W. SCHAAFFS wurde schon in [1] geschildert. Die dort in Abb. 11 gezeigte Röhre wurde inzwischen weiter vervollkommen. Abb. 1 zeigt das Schema ihrer Konstruktion, Abb. 2 den technischen Aufbau eines Röntgenblitzgerätes mit dieser Röhre. Zur Konstruktion und Wirkungsweise ist folgendes zu sagen: Es ist unerläßlich, daß der die Anodenstange mit der Wolframspitze *A* tragende gerippte Isolator *J* eine glasierte und

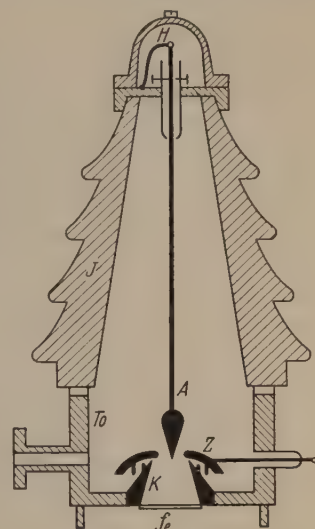


Abb. 1. Schema der Konstruktion einer Hochvakuum-Röntgenblitzröhre mit Zündelektrode für 100 kV Maximalspannung (Siemens-Type RPZ 2b/100). Gewicht der Röhre 13 kg, Länge 50 cm.

* Über grundsätzliche Fragen orientiert der in dieser Zeitschrift erschienene Bericht [17] von E. FÜNFER.

nicht mit Narben versehene Innenoberfläche hat. Es ist ferner unerlässlich, daß alle im und am elektrischen Felde zwischen Anode und Kathode liegenden metallischen Teile vor Inbetriebnahme der Röhre Hochglanzpolitur aufweisen und sorgfältig gereinigt sind. Dies gilt besonders für die Anodenstange hinter dem Wolframkegel und für die Oberfläche der Zündelektrode. Wenn diese Bedingungen nicht eingehalten werden, so isoliert auch bei gutem Vacuum die Röhre nicht. Ein vor das Fenster gebrachter Leuchtschirm kann sonst durch die kalte Entladung zwischen irgendeiner Spitze auf der Zündelektrodenfläche und irgendeinem Fleck auf der Anode erstrahlen. Vor der ersten Inbetriebnahme muß die Röhre längere Zeit bei einem Gasdruck von höchstens $2 \cdot 10^{-5}$ Torr gründlich evakuiert werden. Dabei kann es zweckmäßig sein, schon bei etwa $2 \cdot 10^{-2}$ Torr eine Spannung von etwa 50 kV anzulegen. Sie hat zwar dauernde Überschläge bei schwacher Röntgenstrahlung zur Folge, bringt aber wenigstens die Anode zum Ausglühen und beseitigt kleinere vielleicht doch noch übriggebliebene Spitzen auf Zündelektrode und Kathode. Bei weiterer Abnahme des Gasdrucks wird die Röhre hart und muß schließlich auch bei einer Spannung von 100 kV noch isolieren.

Die Röhre wird, wie aus Abb. 2 hervorgeht, mit einer dreistufigen Öl-Fraktions-Diffusions-Pumpe Modell 0—35 von LEYBOLD evakuiert. Die Erfahrung hat allerdings gezeigt, daß der etwas umständlichere Betrieb mit einer Quecksilber-Diffusions-Pumpe Modell E von LEYBOLD in Verbindung mit einer Glaskühlfalle für flüssige Luft die Betriebssicherheit durch das restlose Ausschalten von Fehlzündungen erhöht.

Im Betrieb verdampft das Wolfram der Anode A stoßartig und schlägt sich auf den Metallteilen und an der Innenwand des Isolators J nieder. Die Erfahrung zeigt, daß diese Niederschläge die innere Isolation der Röhre längere Zeit nicht beeinträchtigen. Eine Reinigung der Röhre ist erst dann erforderlich, wenn die Niederschläge unter der Wirkung elektrostatischer Kräfte abzublättern und Spitzenwirkungen auszuüben beginnen. Hinsichtlich der Güte des Vakuums dürfte sich die Getterwirkung der Niederschläge vorteilhaft bemerkbar machen.

Die Zündelektrode Z wird von der Kathode durch (nicht gezeichnete) Ringe aus poliertem Plexiglas gehalten. Vor der direkten Wirkung der Wolframdampfstrahlen der Anode muß es geschützt werden.

Die Konstruktion ist so ausgeführt, daß nach Lösen des Fensters *fe* alle Teile leicht herausgenommen werden können. Die Höhe der Anode und ihre zentrale Lage in der Mittelachse der Kathode werden durch Stellschrauben in der Röhrenhaube *H* eingeregelt. Das Fenster *fe* kann leicht ausgewechselt und insbesondere für Interferenzuntersuchungen nach [7] durch sogenannte Tauchfenster ersetzt werden. Alle Dichtungen, also des Entladungsstopfes *To* gegen das Fenster *fe*, gegen die Zündelektroden durchführung, gegen den Isolator *J* und gegen die Hochvakuumpumpe, sowie der Anodenkappe *H* gegen den Isolator *J*, werden mit Gummi ausgeführt. Hochvakuumpumpe und Röhre werden gemäß Abb. 2 an einem fahrbaren Gestell so verbunden, daß sie hoch und tief gestellt werden können. Die Röhre selbst kann um die Achse ihres Saugstutzens gedreht werden.

Legt man Kondensatorsspannungen von mehr als 100 kV an die Röntgenblitzröhren des soeben beschrie-

benen Typs, so ist es sehr schwierig, die Ladung des Kondensators aufrecht zu erhalten. Man muß dann auf die aus dem Schema der Abb. 5 ersichtliche Röhrenform mit Außenzündung zurückgreifen. Eine ältere Konstruktionsform dieser Röhre ist schon in [1] beschrieben worden. Für das Studium des Einflusses von Elektrodenformen auf die Intensität der Röntgenblitze sowohl bei Grobstrukturforschung wie bei Feinstrukturforschung hat sich eine Ausführungsform bewährt, wie sie in Abb. 3 wiedergegeben ist. Sie besteht aus einem innen glasierten zylindrischen Porzellanisolator, dessen obere Deckelplatte im Innern der Röhre die verschiebbare Anodenstange trägt, und dessen untere Bodenplatte eine zylindrische Aussparung besitzt, in die die verschiedensten Elektrodensysteme und Strahlenaustrittsfenster eingesetzt werden können. Spätestens $1\frac{1}{2}$ Stunden nach Auswechselung der Elektroden ist die Röhre mit einem Hochvakuum von $2 \cdot 10^{-5}$ Torr wieder betriebsbereit. Der parallel geschaltete Wasserwiderstand hat einen Wert von $2 M \Omega$.

Zur Erfassung schnellster Zustandsänderungen mit einer Genauigkeit von 10^{-6} sec, also z. B. von Verdichtungsstößen in Flüssigkeiten, ist die mit Zündelektrode arbeitende Röhre des Typs nach Abb. 1 und der Schaltung nach Abb. 6 deswegen geeignet, weil durch eine sehr hohe Feldstärke im Zündelektroden-spalt die Auslösung der Röntgenblitzentladung in einem bestimmten vom Untersuchungsobjekt abhängigen Zeitmoment sehr genau bewirkt werden kann, solange durch gutes Vakuum keine Gefahr des Zusammenbruchs der Isolation zwischen Anode und Kathode besteht. Wie schon erwähnt wurde, ist diese letztere Bedingung bei Spannungen über 100 kV bei den technisch erreichbaren Vakua nicht einzuhalten. Da aber die Untersuchungsobjekte oft in eine Entfernung von der Röhre gebracht werden müssen, in der die Röntgenstrahlung zu schwach geworden ist, oder in der die Untersuchungsobjekte durch ihre Dicke die Strahlung allzu sehr schwächen, ist man gezwungen mit Röntgenblitzröhren höherer Spannung zu arbeiten. Für Präzisionsmessungen in ultrakurzen Zeiten ist nun die Röhre nach Abb. 3 in der Schaltung nach Abb. 5 nicht geeignet. Um aber trotzdem schnelle Zustandsänderungen im Innern dickerer unsichtbarer Körper hinreichend genau zu erfassen, wurde die in Abb. 4 gezeigte Röntgenblitzröhre entwickelt. Ohne Zündtransformator *Tr* arbeitet diese Röhre in ähnlicher Weise wie die von SLACK [6] [8] entwickelte, bei der nach Durchschlag einer Kugelfunkenstrecke die Kondensatorspannung zunächst im Zündspalt Feldelektronenemission hervorruft, ohne daß infolge der hohen vorgeschalteten Widerstände ein Energieverlust eintritt. Dadurch wird die Hauptentladung zwischen Anode und Kathode zeitlich sicherer gezündet. Aus Abb. 4 ist zu ersehen, daß die räumliche Größe der Röhre lediglich durch den Hochspannungsisolator bestimmt ist. In der oberen Kappe der Röhre befindet sich wieder die Vorrichtung zum Auswechseln und Einstellen der langen Anodenstange. An der Grundplatte, die im Innern das Kathodensystem trägt, sieht man rechts die Spannungszuführung zur Zündelektrode und links den Ansatzstutzen mit der dreistufigen Öl-Diffusions-Pumpe. Die Strahlung tritt in der Mitte der Röhre nach unten hin aus und durchsetzt einen durch Bleiplatten hinreichend gesicherten Raum unterhalb des Fußbodens. Auf den Kopf der Röhre ist zwecks kür-

zerer Leitungsführung eine Kugel der Kugelfunk-
strecke nach Abb. 7 aufgesetzt. Diese Röhre wird mit
einer aus 14 Kondensatoren aufgebauten Vervi-
elfachungsschaltung nach MARX betrieben. Die Ein-
gangsspannung des MARX-Generators beträgt maximal
30 kV. Für eine Betriebsspannung von 400 kV ist die

Volt. Das vor Beginn des Betriebes erzielbare Hoch-
vakuum liegt um $3 \cdot 10^{-5}$ Torr herum. Es wird mit dem
gleichen Ionisationsmanometer von LEYBOLD gemes-
sen wie auch bei den anderen Röhren.

III. Die Zündung von Röntgenblitzröhren.

Die Zündung einer Röntgenblitzröhre kann einmal
unter dem Gesichtspunkt erfolgen, Untersuchungen
mehr wegen der großen Intensität eines Röntgen-
blitzes als wegen seiner Kurzzeitigkeit zu führen, zum
anderen unter dem Gesichtspunkt, eine bestimmte
Phase eines Bewegungsvorganges mit einer Zeit-
genauigkeit weit unter 10^{-4} sec zur Aufnahme zu brin-
gen. Der erstgenannte Gesichtspunkt kommt z. B. in
allen den Fällen in Frage, bei denen die Röhre für eine
Untersuchung gebraucht werden soll, die auch mit einer
gewöhnlichen kontinuierlich arbeitenden Röhre, jedoch
in längerer Zeit, hätte ausgeführt werden können. Der
zweitgenannte Gesichtspunkt ist bei der Erfassung ganz
bestimmter Phasen sehr schnell ablaufender Zustands-
änderungen, wie sie in Funkenschallwellen und Deto-

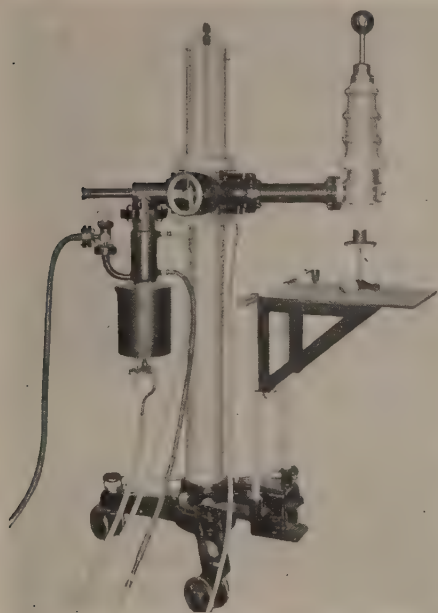


Abb. 2. Röntgenblitzgerät für den Betrieb
bei Spannungen bis 100 kV.

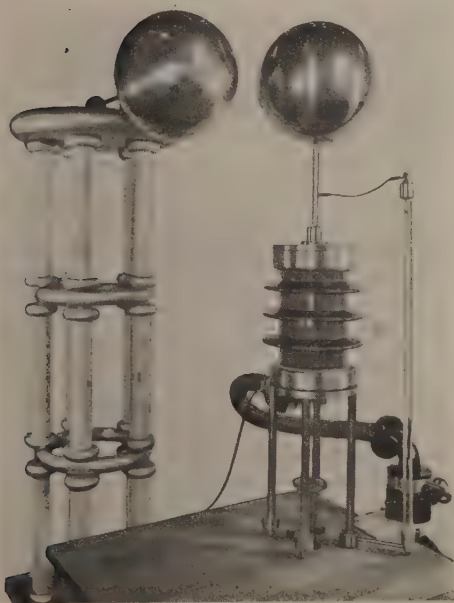


Abb. 3. Röntgenblitzröhre für 200 kV (Siemens-Type
RP 8/200) mit Diffusionspumpe, Kondensatorgruppe
und Kugelfunkstrecke. Betrieb mit Schaltung nach
Abb. 5, Länge der Röhre ohne Füße 50 cm. Als Hoch-
spannungskondensatoren bewähren sich die Großrohr-
kondensatoren der Hydrarwerke.

Kugelfunkstrecke auf eine Spannung von etwa
29 kV einzustellen. Die Spannung von 400 kV war die
höchste, die sich in unserer Anlage herstellen ließ. Es
ist wahrscheinlich, daß diese Röhre, bei der ja die Be-
triebshochspannung erst im Augenblick der Zündung
über die Funkstrecke kleinen Kugelabstandes ange-
legt wird, noch bei weit höheren Spannungen ge-
braucht werden kann, wahrscheinlich bis 1 Million

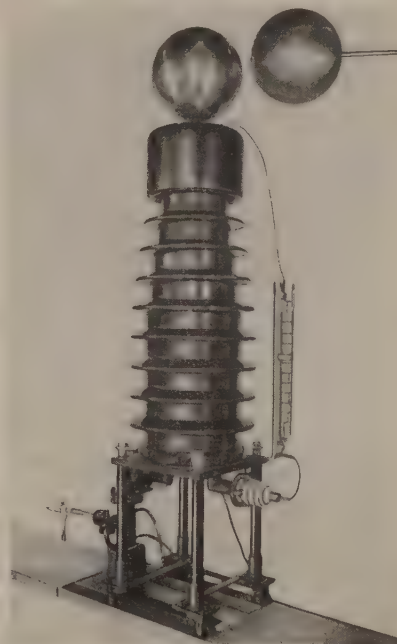


Abb. 4. Große Röntgenblitzröhre mit Zünd-
elektrode (Siemens-Type RPZ 6/400), Schal-
tung nach Abb. 7, verwendet bei 400 kV; wahr-
scheinlich noch bei 1 Million Volt brauchbar.

nationsstoßwellen auftreten, entscheidend wichtig. Für
die Behandlung der zuerst genannten Gruppe von Vor-
gängen genügt der Betrieb einer Röntgenblitzröhre mit
Außenzündung, für die zweitgenannte Gruppe ist die
reine Innenzündung oder wenigstens eine Kombina-
tion aus Außen- und Innenzündung notwendig.

Die Außenzündung ist durch die Existenz einer der
Röntgenblitzröhre vorgeschalteten Kugelfunk-
strecke gemäß Abb. 5 gekennzeichnet. Dabei wird die
Funkstrecke Fu bei einem zur Röntgenblitzröhre
 RB parallel geschalteten Hochohmwiderstand W
(ca. $2 M \Omega$) entweder so eingestellt, daß sie bei Er-
reichung einer bestimmten Spannung des Konden-
sators C überschlägt und dessen Ladung dadurch über
die Röhre RB zum Ausgleich bringt, oder es wird ein
mechanisch bewegter Körper $Kö$, der der zu unter-
suchende Körper selbst sein kann (bei STEENBECK [4])

ein fliegendes Geschoß) in die Funkenstrecke hineingestoßen, um sie zu zünden. Eine andere Methodik besteht darin, daß die Funkenstrecke Fu nahe auf Durchschlag eingestellt wird und über einen Zündtransformator Tr mit Hochohm-Vorwiderstand durch Überspannung zum Durchbruch gebracht wird.

Eine reine Innenzündung setzt dagegen die Existenz einer Zündelektrode voraus und wird durch eine Schaltung nach Abb. 6 verwirklicht. Sie erfordert ein so gutes Hochvakuum und eine so

gute Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden, daß die Ladung des Kondensators C auch bei abgeschalteter Hochspannungsquelle nicht absinkt. Erst bei Erzeugung eines Vakuumfunken im Spalt zwischen Zündelektrode und Kathode entlädt sich der Kondensator C über die Röhre RB . Wie schon oben gesagt wurde, liegt praktisch die obere Grenze der Kondensatorspannung bei 100 kV.

Wenn man auch bei Spannungen über 100 kV eine zeitlich einigermaßen genau festzulegende Zündung erzielen will, muß man die Außenzündung nach Abb. 5 mit der Innenzündung nach Abb. 6 kombinieren und erhält eine Schaltung nach Abb. 7. Der hohe Widerstand W_1 kann auch fortgelassen und der Widerstand W_2 kurz geschlossen werden. In diesem Falle verteilt sich die Spannung der Kapazität C über die Kapazitäten der Funkenstrecke Fu und des Abstandes zwischen Anode und Kathode. Der Kugelabstand ist kritisch und

Abb. 1, 6, 7, zu erfolgen, sondern kann kapazitiv durch Influenz vorgenommen werden, wie es Abb. 8 in einer Ausführungsform schematisch andeutet.

Die Innen- und die Außenzündung einer Röntgenblitzröhre soll im allgemeinen in einem Zeitmoment ausgelöst werden, der durch eine bestimmte Phase des zu untersuchenden Vorgangs bestimmt wird. Wenn diese Auslösung durch mechanisch-elektrische Kontakte bewirkt werden darf, genügt ihre Unterbringung in dem Primärkreis des Zündtransformators Tr der Abb. 5, 6, 7. Wenn aber der zu untersuchende Vorgang äußerst schnell verläuft und nicht in der Bewegung eines geschlossenen Körpers, sondern in einer Zustandsänderung besteht, die sich in Schwingungen und Wellen vollzieht, so muß die Auslösung dieses Vorgangs und seine Erfassung durch einen Röntgenblitz von einer dritten Stelle her erfolgen. Es müssen variable Zeitverzögerungsglieder entweder in die Zuleitung zur Zündelektrode der Röntgenblitzröhre allein oder gleichzeitig auch in die Zuleitung zur Auslösung des zu untersuchenden Vorgangs eingeschaltet werden. Diese Glieder müssen schon deswegen weitgehend veränderlich sein, weil an der Röntgenblitzröhre selbst und besonders am Zündtransformator, der meist über eine Thyatronschaltung, wie sie in [1] und [9] beschrieben ist, betrieben wird, Zeitverzögerungen auftreten, die nicht zu beseitigen sind. Daß diese Zeitverzögerungen beträchtlich sein können, wurde schon bei der Untersuchung von Funkenschallwellen [10] beobachtet und bei der Auswertung der Messungen in Rechnung gestellt. Der längste Teilzeitverzug zwischen einem Vorgang und dem von ihm ausgelösten Röntgenblitz wird wohl durch die Verluste im Eisenkern des Zündtransformators hervorgerufen, insbesondere wenn dieser kein Spezial-Impulstransformator, sondern eine für Wechselstrom von 50 Hz gebaute technische Type ist. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, daß dann ein Zündspannungsimpuls nicht momentan, d. h. in etwa 10^{-6} sec, auf ein Maximum von etwa 50 kV ansteigt, sondern in einer vielleicht 10^{-4} sec lang dauernden Zeit. Wenn dann der Zündfunke bei etwa 20 kV in der Röntgenröhre überspringt, so hat der Zündtransformator in der gesamten Schaltung allein schon eine Teilverzögerung von 40 Mikrosekunden hervorgerufen. Es ist also oft notwendig, solche Teilverzögerungen zu kompensieren. Andererseits kann natürlich diese Eigenschaft eines gewöhnlichen aber als Impulsgeber verwendeten Transformators auch dazu benutzt werden, um den Zeitverzug auf einfachste Weise dadurch zu variieren, daß in der Schaltung nach Abb. 6 bei x eine kleine Kugelfunkenstrecke eingefügt wird. Vergrößerung dieser Funkenstrecke bedeutet, daß die Zündfunkenstrecke in der Röhre erst in einem späteren Zeitmoment zündet, in welchem die Sekundärspannung des Transformators beide Funkenstrecken zu durchschlagen vermag. Auf diese Weise kann man die verschiedenen Phasen des Ablaufs einer sehr schnellen Funkenschallwelle in technisch einfachster Weise so erfassen, wie es in den Arbeiten [9] und [7] geschehen ist.

IV. Definition und Messung des Durchstrahlungsvermögens von Röntgenblitzen.

Als quantitatives Maß für die Durchdringungsfähigkeit einer Röntgenstrahlung kann in der bekannten e -Funktion bei monochromatischer Strahlung der

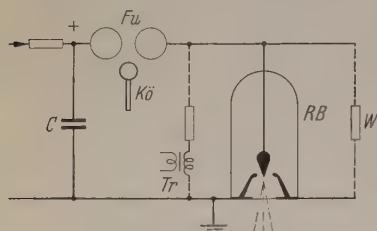


Abb. 5. Schaltung einer Röntgenblitzröhre mit Außenzündung.

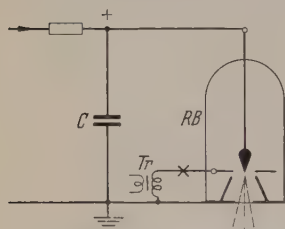


Abb. 6. Schaltung einer Röntgenblitzröhre mit reiner Innenzündung.

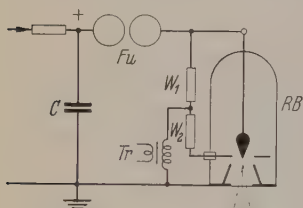


Abb. 7. Schaltung einer Röntgenblitzröhre mit kombinierter Außen- und Innenzündung.

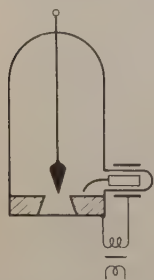


Abb. 8. Zündung einer Röntgenblitzröhre durch Influenz.

muß genau einzuregulieren sein, damit die Isolationsspannung der Röhre nicht überschritten wird. Eine Zündung durch den Transformator Tr wirkt dann wie ein Kurzschluß der Kapazität der Röhre, die Funkenstrecke Fu schlägt durch und der Kondensator C entlädt sich über die Röhre RB .

Um die Innenzündung einer Röhre zu bewirken, ist es nicht unbedingt erforderlich, die Zündelektrode über der Kathode anzuordnen, wenn dadurch auch der geringste Zündverzug zwischen dem Einsetzen des Zündfunken und der Auslösung der Hauptentladung bewirkt wird. Die Zuführung der Zündspannung zur Zündelektrode braucht nicht galvanisch wie in den

Schwächungskoeffizient μ angesehen werden. Zeichnet man den Logarithmus der relativen Intensität als Funktion der Schichtdicke, so erhält man bekanntlich eine linear abfallende Kurve

$$\ln I_x/I_0 = -\mu \cdot x.$$

Bei einer Röntgenröhre ist die logarithmisch aufgetragene Schwächungskurve nun aber je nach der Betriebsspannung mehr oder minder stark gegen die Abszisse konvex gekrümmt und nimmt erst bei größeren Schichtdicken einen linearen Verlauf an. Die Ursache dafür liegt darin, daß die Bremsstrahlung einer mit konstanter Spannung bei konstantem Strom betriebenen Röntgenröhre ein Spektrum besitzt, wie es aus den gestrichelten Kurven der Abb. 9 ersichtlich ist. Diese Spektralverteilung ist unabhängig von der Zeitdauer, in der die Röntgenröhre betrieben wird. Wird diese Strahlung in einer Materialschicht gefiltert, so werden vorzugsweise die weichen Komponenten des Spektrums absorbiert. Das Maximum der durchgelassenen Strahlung verschiebt sich unter Schwächung der Gesamtintensität in die Richtung der kürzesten nach dem Gesetz von DUANE und HUNT bestimmten Wellenlänge λ_{min} . Die effektive Wellenlänge λ_e des Spektrums nähert sich bei starker Filterung dem Ausdruck

$$\lambda_e = \text{const} \cdot \lambda_{min}$$

mit einer vom Filtermaterial abhängigen Konstanten. Für diese effektive Wellenlänge gilt dann in großer Annäherung wieder der lineare Abfall des Logarithmus der relativen Intensität mit der Schichtdicke.

Reicht nun die Intensität der von einer Materialschicht durchgelassenen Röntgenstrahlung zur ausreichenden Schwärzung eines Films nicht aus, so hat man in dem Zeitfaktor ein bequemes Mittel zu ihrer Steigerung. Die Zeitspannen, die in der Technik zur Verfügung stehen und noch wirtschaftlich sind, umfassen etwa vier Zehnerpotenzen. Aus der Belichtungsgröße, gegeben durch das Produkt der Röhrenstromstärke mit der Durchstrahlungszeit, und der Röhrenspannung resultiert die sogenannte „noch wirtschaftlich durchstrahlbare Grenzdicke“ eines Materials, die in Nomogrammen niedergelegt wird.

Das Verhalten eines Röntgenblitzes ist von dem oben skizzierten Verhalten der Strahlung einer normalen Röntgenröhre verschieden. Zunächst sind weder die Spannung noch der Strom während der Betriebszeit konstant, sondern verändern sich so, wie es in [1] schematisch gezeichnet und von FÜNFER in [11] und [17] näher beschrieben worden ist. Die Zeit liegt mit etwa 10^{-6} sec fest und fällt als bequem veränderliche Größe aus. Daher muß das Nomogramm der wirtschaftlich durchstrahlbaren Grenzdicke eines Materials bei einem einzelnen Röntgenblitz wesentlich anders aussehen als bei der Strahlung von Röntgenröhren mit kontinuierlichem Betrieb.

Um aus dem bekannten Bremsspektrum einer bei verschiedenen Spannungen V_1, V_2, V_3 usw., aber bei konstantem Strom i_1 kontinuierlich betriebenen Röhre das Bremsspektrum einer Röntgenblitzröhre gleicher maximaler Spannung V_1 zu konstruieren, kann man sich die Spannungs- und die Stromkurve durch Stufen gleicher zeitlicher Länge approximiert denken. Die zu jeder Stufe gehörigen Bremsspektren werden mit einem Faktor $i(t)/i_1$ multipliziert und dann über-

lagert. Man erhält auf diese Weise z. B. in der ausgezogenen Kurve der Abb. 9 das Bremsspektrum eines Röntgenblitzes. Dieses Spektrum ist durch eine starke Verschiebung des Maximums der Strahlung nach den weichen Komponenten hin gekennzeichnet.

Da der von der Anode abgestrahlte Röntgenblitz irgendwann einmal ein filterndes Fenster oder das zu untersuchende Objekt oder auch die Verstärkerfolien einer Kassette durchsetzen muß, bevor er auf der photographischen Platte zur Wirkung gelangt, so werden die allerweichesten Strahlen etwa oberhalb einer Wellenlänge $\lambda = A$ in Abb. 9 restlos absorbiert und niemals wirksam werden.

Die Verschiebung des Maximums der Intensität erfolgt in einem solchen Umfang nach den weichen Strahlungskomponenten hin, daß der Logarithmus der relativen Intensität nicht nur bei kleinen Schichtdicken, sondern auch bei großen Schichtdicken eine monoton gegen die Abszisse konvex gekrümmte Kurve sein muß. Dieser ungünstige Umstand kann durch Anwendung charakteristischer Strahlung gemildert, aber leider nicht beseitigt werden. Im Falle des

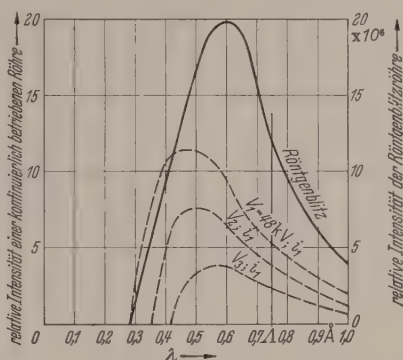


Abb. 9. Schema des Bremsspektrums von kontinuierlich arbeitenden Röhren (— — —) und einer Röntgenblitzröhre (— — —).

Wolframs als Anodenmaterial bedeutet dies die Benutzung von Spannungen über 65 kV. Sie haben eine bevorzugte Steigerung der harten Komponenten der Abb. 9 zur Folge, allerdings auch ein stärkeres Hin- und Herschwenken des Durchstrahlungsvermögens des Röntgenblitzes.

Nicht nur auf Grund der vorstehenden Erwägungen, sondern auch auf Grund der in Absatz X erläuterten Intensitätsschwankungen, wird die Durchdringungsfähigkeit einer Röntgenblitzstrahlung in engster Verbindung mit der emittierenden Röntgenblitzröhre von uns anders definiert, als man es sonst zu tun pflegt. Da die Belichtungsgröße, wie wir schon erwähnten, kaum beeinflussbar ist, kann mit der Durchdringungsfähigkeit einer Röntgenblitzstrahlung auch die Güte der Röntgenblitzröhre selbst gekennzeichnet werden. Wir kennzeichnen diese Güte durch das Durchstrahlungsvermögen für einen bestimmten Stoff und zwar für Eisen. Wir wollen unter Durchstrahlungsvermögen diejenige Werkstoffdicke verstehen, bei der im direkten Strahlengang eines einzelnen Röntgenblitzes entweder noch die Kontraste eines die Röntgenstrahlen stark absorbierenden Körpers erkennbar sind oder, was sich als praktisch das gleiche erwiesen hat, bei der in einem Stufenfilter zwei benachbarte Stufen verschiedener Dicke durch ihren Kontrast gegeneinander gerade noch unterscheidbar sind.

Diese Definition ist nicht identisch mit einer Aussage über die Gesamt-Energie des von einer Röntgenblitzröhre ausgestrahlten Röntgenblitzes. Eine stark geschwärzte photographische Platte kann den gleichen Wert des Durchstrahlungsvermögens geben wie eine

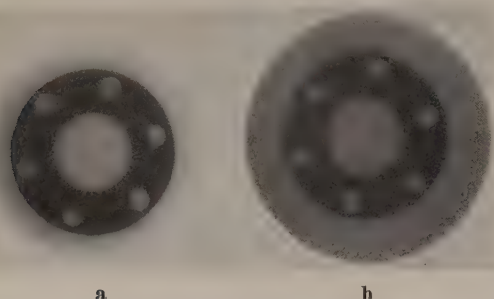


Abb. 10. Bestimmung des Durchstrahlungsvermögens nach dem Kontrastverfahren: Durchstrahlung bei 350 kV mit einem einzigen Röntgenblitz durch a) 1 cm Eisen im Abstand 100 cm, b) 0,5 cm Eisen im Abstand 250 cm.

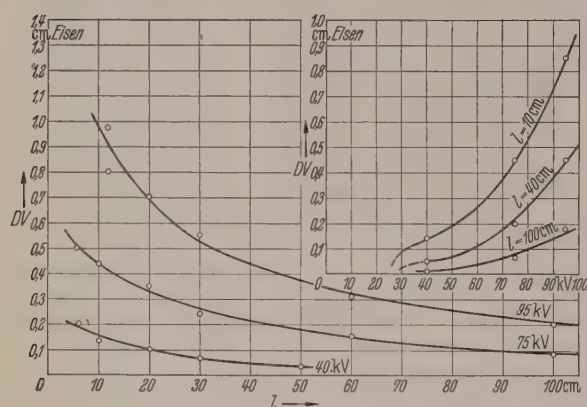


Abb. 11. Durchstrahlungsvermögen der Röntgenblitzröhre mit Zündelektrode nach Abb. 1 (RPZ 2b/100).

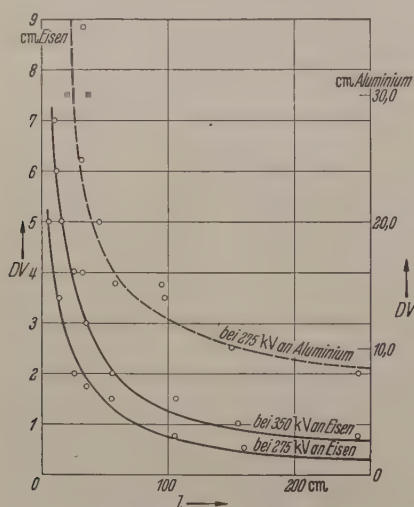


Abb. 12. Durchstrahlungsvermögen der großen Röntgenblitzröhre (RPZ 6/400) nach Abb. 4 bei 275 kV und 350 kV. Vergleich der Wirkungen von Aluminium und Eisen bei 275 kV.

nur wenig geschwärzte. Die Definition ist nicht als exakt im strengsten Sinne des Wortes zu werten; sie entspringt vielmehr den praktischen Bedürfnissen.

Beim erstgenannten Meßverfahren liegt im Strahlengang und auf der photographischen Kassette ein Eisenblock der Schichtdicke D . Der Abstand zwischen der Anodenspitze und seiner Mitte ist l . Zwischen ihm und der Kassette liegt ein 0,3 bis 0,4 cm starker Kontraststring aus Blei. Man kann diesen Kontraststring auch auf die der Röhre zugewandte Seite des Eisenblockes

legen, doch werden dann in unmittelbarer Nähe des Focus sowie bei allzu großen Werkstoffdicken die Kontraste unscharf. Die Unschärfe hat ihre Ursache einmal in der Ausdehnung des Focus, aber noch mehr in dem bekanntlich durch die Tiefe des Objektes bedingten Volumeneffekt der Streustrahlenverschleierung. Ob eine Schichtdicke mit einem einzigen Röntgenblitz noch hinreichend durchstrahlt worden ist, unterliegt etwas dem subjektiven Urteil des Betrachters. In der Abb. 10 ist bei 350 kV im linken Bild eine 1 cm starke Eisenschicht in einem Abstand von 100 cm, im rechten Bild eine 0,5 cm starke Eisenschicht in einem Abstand von 250 cm durchstrahlt worden. Das rechte Objekt ist noch als hinreichend durchleuchtet anzusehen; die Grenze der Erkennbarkeit würde bei 0,75 cm Eisen liegen.

Beim zweitgenannten Meßverfahren liegt im Strahlengang oberhalb der photographischen Kassette eine starke Bleiplatte mit rechteckigem Fenster. Über diesem Fenster liegt eine Treppe aus gleichmäßig hohen Eisenplatten. Die Art, wie sich dieses Stufenfilter markiert, wird durch Abb. 8 der Arbeit [1] wiedergegeben. Als durchstrahlt wird jene dickste Schicht gewertet, bei der die Grenze gegen die nächst schwächere Schicht noch gut erkennbar ist.

Die Festlegung des Durchstrahlungsvermögens wird durch die in Abschnitt X noch zu besprechenden Intensitätsschwankungen der Röntgenblitze erschwert. Für einen einzigen Meßpunkt wurde aus jeweils etwa 7 bis 10 Einzelmessungen ein mittlerer nach den jeweils schlechtesten Ergebnissen hin tendierender Wert ermittelt. Die Abb. 11 und 12 stellen die Kurven des Durchstrahlungsvermögens der in Abb. 2 und 4 abgebildeten Röntgenblitzröhren dar.

Das Durchstrahlungsvermögen DV der Röhre mit Zündelektrode und mit 100 kV Maximalspannung nach Abb. 1 ist in Abb. 11 einmal als Funktion des Abstandes l vom Focus und zum anderen als Funktion der Spannung dargestellt worden. Unterhalb von 40 kV konvergieren die Kurven im letzteren Falle nicht auf Null hin, sondern fallen so ab, wie es punktiert angedeutet worden ist. Der Einfluß der Strahlenabsorption im Aluminiumfenster der Röhre macht sich bei diesen Spannungen entscheidend bemerkbar.

Das Durchstrahlungsvermögen der großen Röhre der Abb. 4 wird in Abb. 12 für die beiden Spannungen 275 kV und 350 kV wiedergegeben. Die beiden unteren Kurven gelten im Sinne unserer Definitionen des Durchstrahlungsvermögens für Eisen. Die obere gestrichelte Kurve ist bei 275 kV an Aluminium aufgenommen worden und soll dem Vergleich mit der entsprechenden Kurve für Eisen dienen. Die zugehörige Ordinate befindet sich rechts. Es ergibt sich, daß bei gleicher Spannung und gleichem Abstand vom Focus eine Aluminiumschicht etwa dem vierten Teile einer Eisenschicht äquivalent ist. Die Abszisse dieses Diagramms stellt den Abstand des Focus von der Mitte der durchstrahlten Materialschicht dar. In unmittelbarer Nähe der Röhre erscheint daher das Durchstrahlungsvermögen relativ geringer als in großer Entfernung.

Faßt man die Ergebnisse in den Leistungen der drei in verschiedenen Schaltungen betriebenen und auch in Einzelheiten der Konstruktion verschiedenen Röntgenblitzröhren für 100, 200 und 400 kV zusammen, so

hält man die Kurvenschar der Abb. 13. Entsprechend dem oben geübten vorsichtigen Verfahren bei der Beurteilung des Durchstrahlungsvermögens kann gesagt werden, daß diese Kurven bei dem gegenwärtigen Stand in der Entwicklung der Hochvakuum-Röntgenröhren von Siemens bei Betrieb an der Pumpe das Minimum dessen darstellen, was von dem Durchstrahlungsvermögen einer Röntgenblitzröhre erwartet werden kann. Es wird dabei vorausgesetzt, daß das Hochvakuum zwischen 2 und $5 \cdot 10^{-5}$ Torr liegt und die Rohrleitungen soweit von der Entladungsstrecke entfernt sind, daß ihre Bedampfung auch nach längerem Betrieb keine Fehlzündungen zwischen Anodenstange und Wand zur Folge hat. Infolge der schon oben erwähnten und noch zu erwähnenden Schwankungen in der Intensität der Strahlung werden die Werte der Abb. 13 sehr oft überschritten, aber seltener unterschritten werden.

Über die Messung der Strahlungsmenge eines Röntgenblitzes und über ihren zeitlichen Ablauf hat E. FÜNFER in [17] ausführlich berichtet.

V. Die Abhängigkeit des Durchstrahlungsvermögens von Kapazität und Induktivität des Entladungskreises.

Der Versuch liegt nahe, das Durchstrahlungsvermögen der Röntgenblitzröhren durch Vergrößerung der Kapazität im Entladungskreis zu erhöhen. Mit Hilfe der 200 kV-Röhre nach Abb. 3 wurden Mes-

sungen des auf einen bestimmten Focusabstand bezogenen Durchstrahlungsvermögens in Abhängigkeit von der Kapazität bei verschiedenen Anodenspannungen durchgeführt. Die Abb. 14 veranschaulicht das wichtige Ergebnis dieses Versuches. Im Bereich kleiner Kapazitäten unter $0,015 \mu F$ steigt das Durchstrahlungsvermögen zwar einigermaßen linear mit der Kapazität an, biegt aber bei höheren Spannungen bei etwa $0,02 \mu F$ in einen Sättigungsbereich ein. Es hat offensichtlich keinen Zweck, in einer Röntgenblitzhaltung über 100 kV mit einer Kapazität von mehr als $0,03 \mu F$ arbeiten zu wollen. Auch unterhalb von 100 kV besteht noch die gleiche Tendenz, wie aus Messungen von FÜNFER in [11] sowie aus weiteren eigenen Untersuchungen zu dem gleichen Problem hervorgeht.

Für Röntgenblitz-Interferenzaufnahmen ist die Gesamt-Energie des Röntgenblitzes viel wesentlicher als das Durchstrahlungsvermögen. Zwar haben Gesamtenergie und Durchstrahlungsvermögen in ihrer Abhängigkeit von der Kapazität einen ähnlichen Verlauf, sind aber einander nicht proportional. Bei niedrigen Spannungen kann eine beträchtliche Erhöhung der Kapazität sich stark auf die Intensität von Interferenzlinien auswirken, bei hohen Spannungen dagegen nicht mehr.

Der durch Abb. 14 gegebene Befund hat bislang noch keine befriedigende Deutung gefunden. FÜNFER hat in [11] eine Theorie der Röntgenblitzentladung unter der Annahme gegeben, daß die Verdampfung des Anodenmaterials gering ist und die Entladung kaum beeinflusst. Für kleine Kapazitäten und Spannungen mag diese Annahme einigermaßen zutreffen, auf keinen Fall aber unter den Bedingungen, unter denen die Kurven der Abb. 14 erhalten worden sind. Zu diesen Bedingungen gehört, daß die mittleren Stromstärken um 7000 A herum liegen. Wenn dann aber das Anodenmaterial schon zu Beginn der Entladung merklich zu verdampfen beginnt, wird naturgemäß der entstehende Anodendampf durch die hindurchfliegenden Elektronen ionisiert und bewirkt eine beträchtliche Vergrößerung der positiven Ionendichte des Plasmas. Damit wächst der elektrische Strom durch die Röhre wesentlich schneller an als ohne Verdampfung. Die Erhöhung von di/dt bedeutet aber erhöhten Spannungsabfall an den Selbstinduktionen des Entladungskreises. Da-

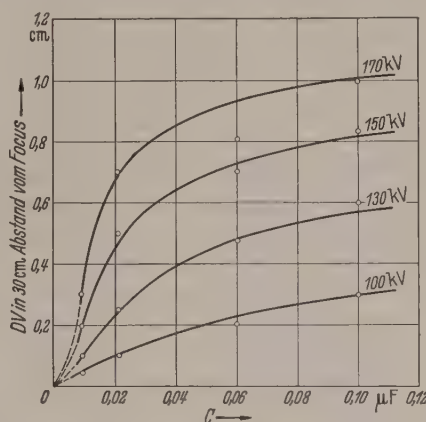


Abb. 14. Abhängigkeit des Durchstrahlungsvermögens von der Kapazität des Entladungskreises bei verschiedenen Anodenspannungen. Abstand vom Focus 30 cm.

durch tritt ein Sinken des für die Erzeugung der Röntgenstrahlung maßgebenden Teiles des Energieumsatzes in der Röntgenblitzröhre selbst ein. Die von ihm abhängige Röntgendosis erfährt bei Erhöhung der Kondensatorenergie $0,5 \cdot CV_0^2$, wenn V_0 die Anfangsspannung ist, keine nennenswerte Steigerung mehr. Da diese Energie dem Quadrat der Spannung proportional ist, ist es verständlich, daß nach Abb. 14 trotz kleinerer Kapazität bei höherer Spannung viel eher Sättigung eintritt als bei großer Kapazität und kleinerer Spannung. Da aber noch keine Untersuchungen von Spannung und Strom in ihrer Abhängigkeit von Kapazität, Verdampfung und Focusbildung mit Hilfe von Hochspannungs-Kathodenstrahloszillographen vorliegen, muß die restlose Klärung dieses für die Praxis wichtigen Befundes noch dahingestellt bleiben.

Wie aus diesen Ausführungen hervorgeht, ist es auf jeden Fall zweckmäßig, die Selbstinduktion der Entladungskreise so klein wie möglich zu halten, den Kondensator also möglichst nahe an der Röntgenblitzröhre anzuordnen; doch ist diese Maßnahme aus schaltungstechnischen Gründen oft schwer durchzuführen.

Um den Einfluß der Induktivität auf das Durchstrahlungsvermögen einer im einfachsten Falle nur Bremsstrahlung emittierenden Röntgenblitzröhre zu erkennen, wurde mit der Röhre nach Abb. 2 in der Schaltung nach Abb. 6 bei 40 kV ein Versuch gemacht,

bei dem eine veränderliche Selbstinduktion (einlagige Kupferspule von 27 cm Länge, 33 cm \varnothing und 11 Windungen von 1 cm Stärke) zwischen Röhre und Kondensator (Kapazität $0,028 \mu F$) eingeschaltet wurde. Das Ergebnis der Messung des Durchstrahlungsvermögens in Abhängigkeit von der Induktivität gibt Abb. 15 wieder. Wenn man noch die Selbstinduktion des Entladungskreises ohne Spule, also die Induktivi-

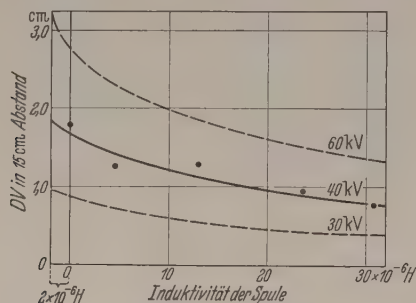


Abb. 15. Abhängigkeit des Durchstrahlungsvermögens von der Induktivität des Entladungskreises. Messungen in 15 cm Abstand vom Focus.

tät des durch Anodenstange, Erdleitung, Kapazität und Anodenzuführung gegebenen Vierecks berücksichtigt, muß man die Kurve noch über den Spulenwert $0 \cdot 10^{-6} H$ nach links hin sich verlängert denken, so wie es gezeichnet worden ist. Dabei ist die Eigeninduktivität des Stoßkondensators gleich der einer geraden Strecke von seiner Länge gesetzt worden, eine durch seine unbekannte Induktivität veranlaßte Vereinfachung. Streng genommen müßte also die Kurve noch etwas weiter nach links oben hin ansteigen. Sie zeigt, daß eine gleiche prozentuale Veränderung der In-

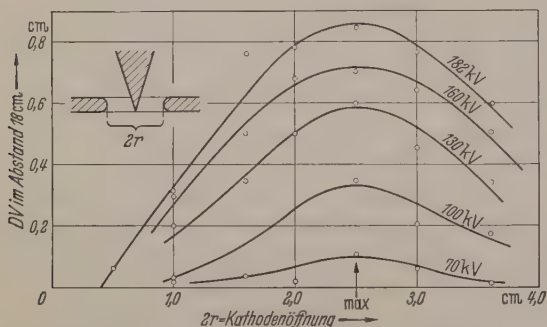


Abb. 16. Durchstrahlungsvermögen als Funktion des Durchmessers der Kathodenöffnung. Abstand vom Focus 18 cm.

duktivität bei kleinen Werten einen größeren Einfluß auf das Durchstrahlungsvermögen hat als bei großen Werten. Gestrichelt ist angedeutet worden, daß diese Veränderung bei größeren Spannungen noch stärker ins Gewicht fallen muß als bei kleineren Spannungen.

VI. Der Einfluß der Öffnung des Hohlkegels der Kathode auf das Durchstrahlungsvermögen.

Um festzustellen, welchen Einfluß der Durchmesser der Hohlkathode, den fast alle Siemens-Röntgenblitzröhren unabhängig davon, ob sie mit oder ohne Zündelektrode arbeiten, besitzen, auf das Durchstrahlungsvermögen und die Regelmäßigkeit der Intensität der Röntgenblitze ausübt, wurden in der 200 kV-Röhre der Abb. 3 Messungen mit flachen Kathodenringen, die in zylindrische Fassungen eingesetzt und schnell ausgewechselt werden konnten, vorgenommen. Diese Kathodenringe aus poliertem Stahl hatten eine

Dicke von 0,4 cm, verschiedene Durchmesser $2r$ und einen inneren Krümmungsradius von 0,2 cm. Der Anodenkegel hatte wie immer einen spitzen Winkel von 40° , dabei aber eine Länge von 4,3 cm. Das Ergebnis des Versuches wird durch die Kurven der Abb. 16 wiedergegeben. Das Durchstrahlungsvermögen wurde mit einem Stufenfilter mit 0,05 cm hohen Stufen beurteilt. Der Abstand des Stufenfilters vom Focus betrug 18 cm. Die eingezeichneten Punkte sind wieder aus mehreren Messungen gemittelt worden. Es zeigt sich, daß ein Kathodendurchmesser von 2,5 cm bei eintauchender Anode (ihre Spitze liegt in der unteren Ebene der Kathodenringe) ein flaches Optimum des Durchstrahlungsvermögens gibt. Eine Vergrößerung des Durchmessers und damit auch des Abstandes zwischen Anode und Kathode vermindert nicht nur die Röntgenintensität, sondern läßt auch die Intensität und das Durchstrahlungsvermögen der einzelnen Röntgenblitze untereinander immer stärker schwanken. Eine Verkleinerung des Kathodendurchmessers vermindert zwar ebenfalls die Intensität der Röntgenstrahlung, erhöht aber die Regelmäßigkeit in der Intensität und dem Durchstrahlungsvermögen der einzelnen Blitze ganz beträchtlich. Es ergibt sich somit, daß der bei fast allen Siemens-Röhren üblich gewordene Durchmesser der Hohlkathoden von 2,2 cm einen vernünftigen Wert darstellt, der ein Optimum an Intensität in Verbindung mit einer gewissen Tendenz zu regelmäßiger Blitzbildung gewährleistet.

VII. Lichtoptische Aufnahmen der Anode an einer Röntgenblitz-Fensterröhre.

Für das Studium der physikalischen Vorgänge, die sich im Entladungsraum einer Röntgenblitzröhre abspielen, insbesondere für die Untersuchung des Focus auf der Anodenfläche, wurde eine Fensterröhre gebaut. Das Entladungsgefäß To einer Röhre des Typs Abb. 1 besitzt hier drei Fenster. Das eine senkrecht zur Röhrenachse stehende Fenster dient dem Austritt der Röntgenstrahlung, die beiden anderen parallel zur Achse liegenden Fenster stehen einander gegenüber und gestatten einmal die photographische Aufnahme des Focus während der Entladung, zum anderen das Hindurchschicken eines Licht- oder auch Röntgenblitzbündels zur Erfassung einzelner Phasen der Entladung. Die Behandlung des Mechanismus der Entladung selbst mit Hilfe dieser Röhre bleibt späteren Darstellungen vorbehalten.

Abb. 17 zeigt eine Seitenaufnahme des Anodenkegels aus Wolfram. Ihm liegt die Zündelektrode, in deren Öffnung man hineinsieht, gegenüber. Durch den Halbkreis im Hintergrund wird die Umrandung des hinteren Fensters angedeutet. Wird nun eine Entladung in der Röntgenblitzröhre gezündet, so erhält man hinter einem Fenster mit Bleiglas zur Abschirmung der Röntgenstrahlung lichtoptische Aufnahmen des Anodenkegels, wie sie die Abb. 18 zeigt. Wird der Anodenkegel durch das vordere mit Bleiglas versehene Fenster der Röhre in Aufsicht photographiert, so erhalten wir Bilder, wie sie die Abb. 19 zeigt. Aus diesen lichtoptischen über den ganzen Entladungszeitraum summierenden Aufnahmen ist folgendes zu entnehmen.

Der effektive Focus für sichtbares Licht, welcher durch Projektion des wirklichen Brennflecks auf eine Ebene senkrecht zur Anodenachse entsteht und wel-

man in der Aufnahme Abb. 19 sieht, ist bestimmt größer, als dem Bereiche hoher thermischer Belastung der Anode entspricht. Aus Abb. 18 ist gut zu erkennen, daß das Wolfram der Anode durch die hohe thermische Belastung in einer Dampf Wolke abdampft. Diese Verdampfung dürfte zwar schon frühzeitig beginnen, aber erst gegen Ende der Entladung größtmöglichen Umfang annehmen. Wenn man nach den Beobachtungen von FÜNFER [11] berücksichtigt, daß am Ende der eigentlichen für die Röntgenblitze interessierenden Entladungsphase noch ein Niederspannungslichtbogen zwischen Anode und Kathode zu Grunde kommen kann, so bedeutet das, daß durch die thermische Verdampfung der Anode noch verlängert wird.

VIII. Der Röntgenfocus für die harten und weichen Komponenten der Röntgenblitzstrahlung.

Die Aufnahme des Röntgenfocus geschieht am zweckmäßigsten durch eine Mehrlochblende aus Blei mit einem Abbildungs-Verhältnis 1 : 1. Vor die Anodenöffnungen kann man Filter setzen, welche die weichen weniger durchdringenden Komponenten der Strahlung ausfiltern und die für die Abbildung eines Objektes wirksamen harten Strahlen durchlassen. Abb. 20a zeigt eine Aufnahme mit Doppellochblende des Focus der Röntgenblitzfensterröhre bei einer Spannung von 42 kV und einem Kondensator von $0,016 \mu F$. Die Filterung der Strahlung mit 0,02 cm Aluminium gab den aus der rechten Abbildung ersichtlichen Brennfleck für härtere Strahlen. Seine Ausdehnung liegt in der durch die vorhergehenden Ausmessungen zu erwartenden Größe. Bei Betrieb einer Röntgenblitzröhre mit höheren Spannungen bedarf natürlich einer stärkeren Filterung, um den effektiven Focus der harten Strahlen hervortreten zu lassen. Aufnahmen bei einer Spannung von 100 kV wurden schon in den Abb. 7 und 14 der Arbeit (I) gebracht. Die Aufnahme Abb. 20b ist mit der großen Röhre nach Abb. 4 bei einer Spannung von 350 kV mit Dreifachblende aufgenommen worden. Taucht die Spitze der Wolframanode etwa 0,2 cm in die Kathodenöffnung ein, so ist der entstehende Brennfleck nicht nur verhältnismäßig groß, sondern zeigt meistens eine trichterförmige Gestalt, die sich auch bei einer Filterung nicht verändert. Um einen hinreichend punktförmigen Focus zu erhalten, muß daher die Anodenspitze erheblich über die Kathodenöffnung zurückgezogen werden. Dies ist ideal wie bei der niedrigen Spannung von 42 kV, wird bei diesen hohen Spannungen die Formen des Focus durch Filtern nicht, doch geht der wesentliche Teil der harten Strahlung immer noch von einem Bereich des effektiven Durchmessers von 0,2—0,3 cm aus.

Wie wir im Abschnitt IV darlegten, ist der Anteil der weichen Strahlen an dem polychromatischen Strahlungsgemisch des Röntgenblitzes unverhältnismäßig hoch. Die Aufnahme nach Abb. 20a zeigt für ungefilterte Strahlung eine Beaufschlagung der ganzen Anodenfläche, d. h. weiche Strahlen verteilen sich hier über eine große Fläche. Da aber bei einer solchen Aufnahme die harte Strahlung nicht beseitigt werden kann und mehr oder minder eine Überbelichtung der fotografischen Platte zur Folge hat, so läßt sich nicht entscheiden, ob die weiche Strahlung trotz ihrer Verteilung über die ganze Fläche nicht doch ein Dichtemaximum von der Größe des Brennflecks der harten Strahlung besitzt.

Diese Frage kann dann beantwortet werden, wenn das Bremsspektrum der Anode eine Komponente weicher charakteristischer Strahlung enthält, die zur Erzeugung von Röntgen-Interferenzen benutzt wird. Bei Wolfram beginnt die Emission der K-Strahlung bei einer Spannung von 65 kV; die der

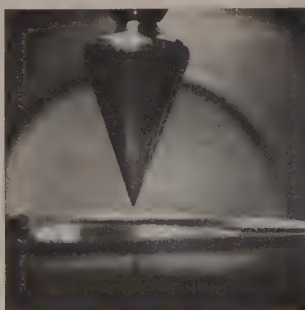


Abb. 17. Anodenkegel einer Röntgenblitzröhre.



Abb. 18. Lichtkamera-Aufnahme der Anode während der Entladung von der Seite.

weichen L-Strahlung liegt bei 12,5 kV. In dem Bereich um 10 kV herum liegt aber das Strommaximum einer Röntgenblitzentladung. Schon in der Veröffentlichung [7] wurde darauf hingewiesen, daß man bei Benutzung einer gewöhnlichen Kegelanode aus Kupfer bei 100 kV die diffusen letzten Linien des Rückstrahlendiagramms von Aluminium in einer Breite von ca. 0,3 cm subjektiv sehen könne. Voraussetzung dabei war allerdings das Auftreten eines besonders intensiven Röntgenblitzes und eine längere Dunkeladaptation des Auges. Diese Beobachtung deutete auf einen kleinen Focus der weichen Komponenten der Gesamtstrahlung hin.

Während man die Bestimmung des Focus der harten Strahlen mit einem einzelnen Röntgenblitz machen

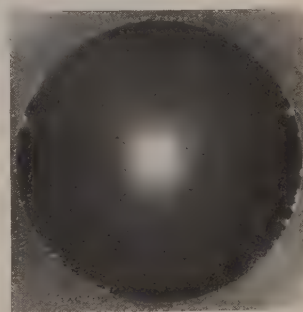


Abb. 19. Lichtkamera-Aufnahme der Anode von vorne. Man erkennt ringsum die Zündfunken im Zündspalt.

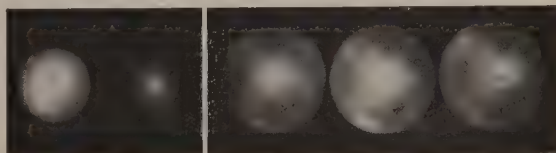


Abb. 20. Aufnahmen des Röntgenfocus bei 42 kV an der Fensterröhre (a) und bei 350 kV an der 400 kV-Röhre nach Abb. 4 (b). Bei 350 kV: in der Mitte ungefiltert, links mit 0,05 cm Eisen, rechts mit 0,1 cm Eisen gefiltert. — Wiedergabe im Verhältnis 7:9 verkleinert.

kann, reicht seine Energie für die Bestimmung des Focus der weichen Strahlen mit Hilfe einer Interferenzmethode selten aus. Man muß schon eine Serie von Röntgenblitzen geben und dabei in Kauf nehmen, daß durch Schwanken in dem Ansatzpunkt der Entladung auf der Anode der Focus auf dem Interferenzdiagramm vielleicht größer erscheint, als er in Wirklichkeit ist.

Die Abb. 21 zeigt zwei Interferenzlinien einer polykristallinen Aluminiumplatte, die mit der weichen charakteristischen L-Strahlung des Wolframs aufgenommen worden sind. Die Versuchsanordnung gibt Abb. 22. Das vom Focus der Anode A ausgehende

divergierende Strahlenbündel trifft die Aluminiumplatte Al. Das Strahlenaustrittsfenster f_e besteht aus einer dünnen Cellophanfolie von 0,003 cm Dicke und ist mit einem Stück schwarzen Papiers (Schreibmaschinen-Kohlepapier) p abgedeckt, um den Austritt des sichtbaren Lichtes zu verhindern. Die an der Ebene (333) reflektierte Wolfram- L -Strahlung liegt auf einem Streukegel, welcher die photographische Platte P so trifft, daß die Schnittlinie eine Parabel bildet, deren tiefster Punkt s in der Zeichenebene und



Abb. 21. Interferenzlinien einer Rückstrahlungsaufnahme an Al (333) mit Wolfram- L -Strahlung. Röntgenblitzröhre nach Abb. 1 betrieben bei 40 kV und bei $C = 0,016 \mu F$ in Kinematographieschaltung.

auf dem Focussierungskreis Kr liegt. Abb. 21 läßt die in diesem Falle durch die α - und β Komponenten der L Strahlung entstehenden Parabeln erkennen. Die untere Kante des Bildes liegt in der Ebene der Aluminiumplatte. Die Aufhellung in der Mitte rührt von

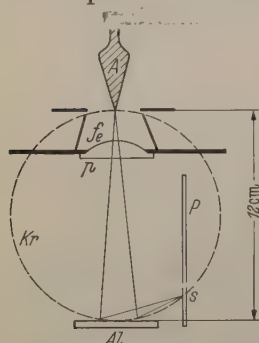


Abb. 22. Versuch zur Bestimmung der Brennfleckgröße aus Interferenzlinien.

der bei einem Röntgenblitz wesentlich stärkeren diffusen Streustrahlung her. Zum Vergleich ist die Größe und Form der Anode in das Bild einkopiert worden. Ihr Abstand von den Interferenzlinien ist also kein Maß des wirklichen Abstandes. Dieser geht aus den Angaben der Abb. 22 hervor.

Um aus der Breite der nach der Methode Abb. 22 gemessenen und durch Ab-

$$d \leq 0,3 \text{ cm}.$$

Dieser Wert liegt in der Größenordnung des vorhin angegebenen Durchmessers für den Focus der harten Komponenten der Strahlung, so daß wir schließen können, daß die Größe des Focus einer mit Kegelanode ausgerüsteten Röntgenblitzröhre unabhängig

von dem Intensitätsverhältnis der harten zur weichen Strahlung des Röntgenblitzes ist. Versuche mit einer Kupferanode bei 90 kV führten zu einem analogen Ergebnis.

Neben harter und weicher Röntgenstrahlung wird auch intensives sichtbares Licht ausgestrahlt. Dadurch kann die Röntgenblitzröhre auch für alle jene Untersuchungsmethoden eingesetzt werden, die man unter der Bezeichnung „Schlierenverfahren“ zusammenfaßt. An die Stelle eines Strahlenaustrittsfensters aus Aluminium oder Cellophan tritt dann eine Bleiglasplatte zur Absorption der Röntgenstrahlung. Es gibt Fälle, bei denen es von Interesse sein kann, Schlierenaufnahmen mit sichtbarem Licht und Röntgenblitzaufnahmen gleichzeitig zu machen. Dieser Fall liegt vor, wenn Vorgänge an Druckwellen photographiert werden sollen, deren eine Komponenten Dichteunterschiede aufweisen, die mit Röntgenblitzen quantitativ

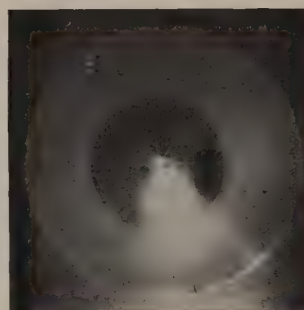
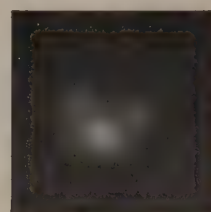


Abb. 23. Vergleich von Aufnahmen des Röntgenfocus mit denen des Lichtfocus, Aufnahmen an der Fensterröhre bei 50 kV.

erfaßt werden können, und deren andere Komponenten nur sehr kleine Dichteunterschiede aufweisen, die nur noch qualitativ mit Hilfe von Schlierenverfahren nachgewiesen werden können. In einem anderen in der Arbeit [10] behandelten Fall dient der Röntgenblitz zur Fixierung des untersuchten Vorgangs, der sichtbare Lichtblitz der gleichen Röhre aber — durch einen Spiegel aus der Richtung des Röntgenblitzes herausgelenkt — zur Zeitmarkierung. In allen derartigen Fällen besteht ein großes Interesse daran zu wissen, ob der Focus des sichtbaren Lichtes mit dem Focus für Röntgenstrahlung zeitlich und räumlich zusammenfällt.

Den zeitlichen Verlauf von Licht- und Röntgenstrahlung hat FÜNFER in [11] mit einem Photoelektronenvervielfacher mit Breitbandverstärker und Oscillograph untersucht und das Ergebnis erhalten, daß bei niedriger Kapazität des Kondensators die Differenz zwischen den Maxima der Licht- und Röntgenstrahlung unterhalb von $2 \cdot 10^{-7}$ s liegen muß, während bei höherer Kapazität des Kondensators die Röntgenstrahlung etwa $3 \cdot 10^{-7}$ s vor der Lichtstrahlung ihr Maximum erreicht.

Die Frage der räumlichen Zuordnung von Röntgenfocus zu Lichtfocus läßt sich durch gleichzeitige Auf-

ahme beantworten. Der Spiegel über den der Licht-
cus der Anode fotografiert wird, ist gleichzeitig als
ochblende für die Aufnahme des Röntgenfocus aus-
bildet. Das runde Bohrloch erscheint auf den licht-
optischen Aufnahmen als dunkler elliptischer Fleck.
Wenn man die Anode in den Kathodenraum hinein-
hiebt, so treten zwar unregelmäßige und von der
nodenspitze abweichende Brennfleckbildungen auf,
ber sie lassen doch für die Beantwortung unserer
frage Einzelheiten prägnanter erkennen. Abb. 23a
sigt im oberen Bild eine ungefilterte Röntgenfocus-
aufnahme, im unteren Bild die zugehörige Lichtfocus-
aufnahme. In Abb. 23b erscheint im oberen Bild ein
reigeteilter Röntgenfocus, im unteren Bild eine ent-
sprechend dreigeteilte Lichtfocusaufnahme. Diesen
owie allen übrigen von uns gemachten Aufnahmen ist
emeinsam, daß diejenigen Lichtflecke, die mit einer
uchtenden Dampf Wolke umgeben sind bzw. von denen
uchtende Wolken auszugehen scheinen, den Bereich
mfassen, aus welchem auch die Röntgenstrahlung
mittiert wird. Wir können daher unsere Angaben in
abschnitt IV durch die Aussage stützen, daß diese
Dampf Wolke sich wahrscheinlich nicht erst am Schluß,
ondern noch während der Entladung ausprägt und die
Strom- und Spannungskennlinien wesentlich be-
stimmt. In allen Abbildungen treten an der Spitze der
Anode noch Licht-Brennflecke auf, denen keine Rönt-
genstrahlung entspricht. Diese Stellen sind aber offen-
ichtlich Ausgangspunkte von glühenden Wolfram-
partikeln. Wir müssen ihre Entstehung daher vorzugs-
weise dem Ende des Entladungsvorgangs und einem
chon von FÜNFER in (11) nachgewiesenen anschlie-
ßendem Lichtbogen zuschreiben, in welchem noch re-
lativ große Kondensatorenergien umgesetzt werden.
Über Einzelheiten, über die schon in [12] vorgetragen
worden ist, wird demnächst in einer gesonderten Ab-
handlung berichtet werden.

IX. Die Zeitdauer der Röntgenblitze.

Die gesamte Zeitdauer eines Röntgenblitzes kann
höchstens so groß sein wie die Dauer des aperiodischen
Teiles der Entladung des Kondensators über die Blitz-
röhre; wir rechnen also den sich oft anschließenden in
periodischen Schwingungen vollziehenden Nieder-
spannungslichtbogen nicht mit. Diese gesamte Zeit-
dauer liegt bei etwa 10^{-6} sec.

Auf der photographischen Platte oder dem Leucht-
schirm kommt aber immer nur die schon früher in [9]
eingeführte „effektive Röntgenblitzdauer“ zur Aus-
wirkung. Sie hängt von der jeweiligen Stärke der Fil-
terung ab, die die weichen Komponenten des poly-
chromatischen Röntgenblitzes auf ihrem Wege erfah-
ren. Diese effektive Röntgenblitzdauer Δt wird durch
eine Bewegung mit der Geschwindigkeit v eines Kör-
pers oder einer Zustandsänderung gemessen. Sie
macht sich als Bewegungsunschärfe Δs bemerkbar und
ist bestimmt durch

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v},$$

wenn dafür Sorge getragen worden ist, daß die durch
die Ausdehnung des Focus bedingte focale Unschärfe
wesentlich kleiner als Δs ist. Wird die effektive Rönt-
genblitzdauer aus der Geschwindigkeit und Bewegungs-
unschärfe eines in Luft fliegenden Geschosses von
mehreren hundert Metern pro Sekunde ermittelt, so
fällt die Filterung der weichen Komponenten der

Strahlung weitgehend fort und es ergibt sich ein Wert
von

$$\Delta t < 5 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Eine andere exakte Messung der effektiven Röntgen-
blitzdauer wurde von SCHAAFFS und TRENDLENBURG
[9, 10] durch die Bestimmung der Unschärfe $\Delta s =$
0,02 cm der Front einer mit 4000 m/s in einer Flüssig-
keit ablaufenden Funkschallwelle vorgenommen. Es
ergab sich in diesem Falle eine Zeitdauer von

$$\Delta t \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Wenn man also einen Vorgang von 20 000 m/s mit der
gleichen Unschärfe röntgenographisch aufnehmen will,
muß man die Filterung so weit treiben, daß die Rönt-
genblitzdauer

$$\Delta t \approx 1 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$$

wird. Für die Erzielung derart kurzer Zeiten kann die
Filterung einer reinen Bremsstrahlung nicht genügen.
Für die Zeitbestimmung benutzt man daher Spannungen
weit oberhalb 65 kV, bei denen die Anregungsspannung
der K-Strahlung des Wolframs überschritten ist und
eine starke Verlagerung der Strahlungsintensität des
Röntgenblitzes in die harten Komponenten der K-
Strahlung stattgefunden hat.

Eine sehr kleine effektive Röntgenblitzdauer geht in-
folge der starken Filterung mit einer Homogenisierung
der Strahlung Hand in Hand. Homogenität bedeutet,
daß das Schwächungsgesetz zur Bestimmung von Un-
terschieden der Dicke und Dichte im schnell veränder-
lichen Objekt ohne weiteres angewandt werden kann.
Auf dem Gebiet der Röntgenblitz-Spektroskopie ist
aber andererseits zur Zeit die Erzielung einer extrem
kurzen effektiven Blitzdauer $\Delta t \rightarrow 10^{-8}$ s von gerin-
gerer Wichtigkeit als die Erzielung einer möglichst
großen monochromatischen Strahlungsintensität bei
 $\Delta t \approx 10^{-6}$ s. Das gegebene Verfahren der Monochro-
matisierung scheint das Einbringen eines gebogenen
Kristalls in den Strahlengang in unmittelbarer Nähe
des Anodenfocus zu sein. SCHALL hat [13] nachgewie-
sen, daß es spektroskopische Verfahren gibt, bei denen
ein einziger Blitzschlag zum photographischen Nachweis
von Spektrallinien genügt. SCHAAFFS hat [7] diesen
Nachweis auch für polykristallines Material erbracht.
Die Intensitäten dieser wirklich monochromatischen
Röntgenblitze sind jedoch zur Zeit noch viel zu
schwach, um mit ihrer Hilfe auf Grund des Schwä-
chungsgesetzes quantitative Untersuchungen von
Dichten und Drucken in schnell veränderlichen Ob-
jekten durchführen zu können. Daher kommen einst-
weilen nur solche Untersuchungen mit monochroma-
tischer Röntgenblitzstrahlung in Frage, die sich auf
einmalige oder periodisch wiederkehrende schnelle
Feinstrukturänderungen beziehen.

X. Die Schwankungen des Durchstrahlungsvermögens der Röntgenblitze.

Wenn man eine Röntgenblitzröhre beispielsweise
des Typs der Abb. 1 mit einer Kathodenöffnung von
2,2 cm und einer über die Zündelektrodenfläche zu-
rückgezogenen Anode in der Schaltung nach Abb. 6
betreibt, so zeigt schon die subjektive Beobachtung
eines durchstrahlten Objekts auf einem Leuchtschirm,
daß die Intensität und damit das Durchstrahlungsver-
mögen der Röntgenblitze erheblichen Schwankungen

ausgesetzt sein kann. Mit Hilfe der oben skizzierten Methode des Stufenfilters (mit Stufen von 0,05 cm Höhe) wurde das Durchstrahlungsvermögen dieser Röhre in Abhängigkeit von der Anzahl der Röntgenblitze bei Spannungen von 40 kV und 70 kV aufgenommen. Abb. 24 zeigt die Ergebnisse einer Versuchsreihe. Bei 40 kV haben von 80 Röntgenblitzen zwölf ein Durchstrahlungsvermögen, welches um 50%, und drei ein Durchstrahlungsvermögen, welches um

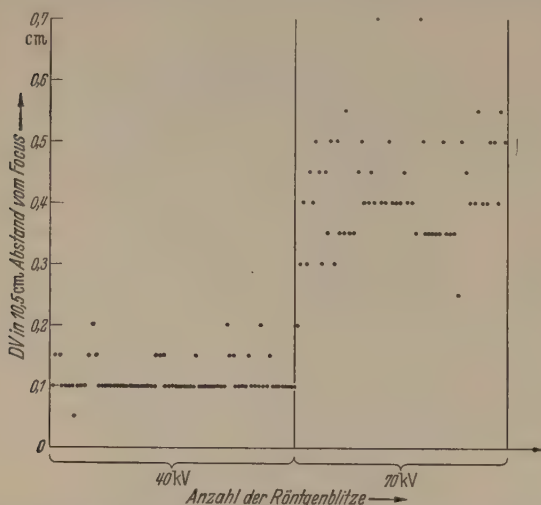


Abb. 24. Die Schwankungen des Durchstrahlungsvermögens einer Röntgenblitzröhre unterhalb und oberhalb der Anregungsspannung der K-Strahlung des Wolframs. Abstand zwischen Focus und Stufenfilter 10,5 cm.

100% den Normalwert übersteigt; nur ein einziger Blitz bleibt darunter. Wesentlich anders sieht das Durchstrahlungsvermögen aus, wenn wir bei 70 kV über die charakteristische Anregungsspannung der K-Strahlung des Wolframs hinaufgehen. Der Schwerpunkt des Durchstrahlungsvermögens liegt hier bei einer Schicht von etwa 0,38 cm Eisen; man ziehe die Abb. 11 und die Abb. 13 zum Vergleich heran. In letzterer ist der Minimalwert 0,35 cm Eisen für 70 kV aus den daselbst dargelegten Gründen verwendet wor-

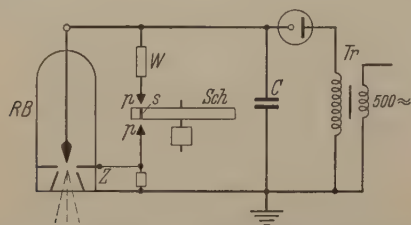


Abb. 25. Schaltung für Röntgenblitzkinematographie mittels rotierender Funkenkontakte.

den. Den Wert von 0,38 cm, den von 60 Röntgenblitzen 31 erfüllen, unterschreiten 4 Blitze wenig und 2 sehr stark. Die übrigen liegen darüber, doch haben nur zwei ein um etwa 100% höheres Durchstrahlungsvermögen. Der mittlere Schwankungsbereich mag in beiden Meßreihen infolge der Beurteilung des Durchstrahlungsvermögens durch ein grobes Stufenfilter ungefähr der gleiche sein, die Regelmäßigkeit aber, unter der wir den Unterschied je zweier aufeinander folgender Messungen verstehen, ist bei 70 kV ganz erheblich geringer. Wenn auf eine größere Konstanz des Durchstrahlungsvermögens Wert gelegt wird, so muß der Kathodendurchmesser nach den Erläuterungen zur Abb. 16 herabgesetzt und eine Verkleinerung der Strahlungsintensität in Kauf genommen werden.

Die Ursachen, die nach derzeitiger Kenntnis für die Schwankungen verantwortlich sind, sind verschiedenartiger Natur. Von der Zufälligkeit der Verteilung der Zündfunken im Zündspalt (vergl. Abb. 19) hängt die Lage des Brennflecks auf der Anode ab, von dieser Lage aber bei konstanter Eindringtiefe der Elektronen der Absorptionsweg der Röntgenstrahlen in der oberflächenschicht der Anode. Eine zweite Ursache liegt in dem Einfluß der Verdampfung auf den Spannungsverlauf in der Röhre. Dieser ist wiederum maßgebend für das Verhältnis zwischen Bremsstrahlung und charakteristischer Strahlung und damit für einen weichen oder härteren Röntgenblitz.

Man kann noch andere Ursachen für die Unregelmäßigkeiten in Erwägung ziehen, z. B. das Heraus schlagen von Gasresten aus der gesinterten Anode, die Lage der Dampf wolken zur Beobachtungsrichtung der Röntgenstrahlen, die mögliche Überlagerung hochfrequenter Schwingungen über die Stromkurve. Ob sie einen nennenswerten Einfluß haben, kann zur Zeit nicht beurteilt werden.

Wenn man eine Röhre ohne Zündelektrode benutzt, also nach der Schaltung Abb. 5 arbeitet, so ändert sich an den beschriebenen Verhältnissen nichts. An die Stelle der Ansatzpunkte der Zündfunken im Zündspalt treten winzige Erhebungen der gekrümmten Kathodenfläche, an denen eine lokale hohe elektrische Feldstärke herrscht und Feldelektronenemission zu läßt.

XI. Röntgenblitzkinematographie.

Zur röntgenographischen Erfassung einzelner Phasen eines sich mit nicht zu großer Geschwindigkeit abwickelnden Vorgangs kann man sich der Röntgenblitzkinematographie bedienen. DICKSON, SLACK und Mitarbeiter [14] [15] haben zu diesem Zweck eine für den Gebrauch unter Öl bestimmte mit Glühkathode betriebene abgeschmolzene Röntgenröhre üblicher Konstruktion mit einem Impulstransformator, in dessen Primärkreis ein Kondensator über ein Wasserstoff-Thyratron periodisch entladen wird, bei einer Spannung von 150 kV betrieben. Sie erreichen mit dieser Schaltung 150 Röntgenblitze in der Sekunde. Kathodenzerstäubung und Bedampfung der Wände geben dieser Röhre nur eine kurze Lebensdauer.

Die von uns entwickelte in Abb. 1 skizzierte Röntgenblitzröhre hat dagegen den Vorteil unbegrenzter Lebensdauer, da sie leicht auseinander genommen und gereinigt werden kann, wenn sich die Verdampfung der Anode störend bemerkbar machen sollte. Wenn es nicht darauf ankommt, die Röntgenblitze mit einer zeitlichen Genauigkeit von $\pm 10^{-6}$ sec aufeinander folgen zu lassen, sondern nur darauf, mit einer größeren Anzahl scharfer Röntgenmomentaufnahmen relativ langsamer Vorgänge eine gesuchte Phase leichter aufzufinden, dann kann diese Röhre in der Schaltung nach Abb. 25 mit Hilfe rotierender Kontakte betrieben werden. Wir haben diese Schaltung zur Erzeugung von Röntgenblitzserien weicher Röntgenstrahlung benutzt und bei einer Betriebsspannung von maximal 50 kV und einer Kondensatorkapazität $C = 16\,000\text{ pF}$ 200 Röntgenblitze in der Sekunde erhalten. Die Entionisierungszeit des Entladungsraumes spielt bei dieser Blitzfrequenz keine Rolle. Die Leistung der Röhre ist zur Zeit nur durch die geringe Ergiebigkeit unserer Hochspannungsquelle Tr begrenzt. Der gleiche Kondensator C , der über die Röntgenröhre RB entladen

ird, liefert auch die Zündspannung für die Zünd-
elektrode Z. Die Zündung erfolgt über einen Hoch-
mwiderrand $W = 10 M \Omega$ und eine rotierende
olierende Scheibe Sch, welche einen oder auch meh-
re Metallstifte s trägt. Beim Überspringen eines
unkens von den Polen p zum Stift s werden die Rönt-
enblitze ausgelöst. An die Stelle der Kontaktscheibe
ann auch eine Zündvorrichtung treten, die vom Un-
ersuchungsobjekt gesteuert wird und die Röntgen-
litze mit einer zeitlichen Genauigkeit von $\pm 10^{-6}$ sec
uslöst. Zur Messung der Blitzfrequenz wird eine
paltblende vor das Fenster der Röhre gelegt und ein
ilmstreifen auf einer rotierenden Trommel vorbeie-
dreht.

Bei einer Blitzfrequenz von 200/sec kann die Röhre
ur jeweils 3 bis 5 sec lang eingeschaltet bleiben, da die
ode glühend wird. Ob es Sinn hat, die Blitzzahl
och stark zu steigern, hängt nicht nur von der Lei-
ungsfähigkeit der Stromquelle und der Kürze der
ntjonisierung ab, sondern auch von der Möglichkeit,
en Transport eines Filmes, der hinter dem untersuchen-
en Objekt abläuft, so schnell vor sich gehen zu lassen,
aß das Filmband nicht reißt und die benötigten Pa-
ierlängen nicht zu groß werden.

Die kinematographische Aufnahme von Vorgän-
en, die mit Schallgeschwindigkeit ablaufen, ist nicht
ur aus diesen Gründen, sondern auch wegen der Ent-
ionisierung mit Hilfe einzelner Röntgenblitzröhren
möglich. Hier müssen Mehrfach-Röhren in Anwen-
ung kommen. Über die spezielle Konstruktion einer
weifach-Röhre hat G. THOMER [16] berichtet.

XII. Zusammenfassung.

Es werden Hochvakuum-Röntgenblitzröhren für
en Betrieb bei Spannungen zwischen 40 kV und
00 kV beschrieben. Je nach dem Verwendungszweck,
insbesondere für die Untersuchung sehr schnell
eränderlicher Zustandsänderungen der Materie bei
mechanischen und akustischen Vorgängen sowie für
ie Feinstrukturforschung in ultrakurzen Zeiten wird
an diese Röhren mit und ohne Zündelektrode aus-
isten und mit Innen- oder Außenzündung oder einer
ombination beider betreiben. Bei Spannungen von
0 kV wird die Blitzfrequenz von 200/s erzielt.

Die Güte der Röntgenblitzröhren läßt sich an dem
durchstrahlungsvermögen für Eisen beurteilen. In
0 cm mittlerem Abstand vom Focus werden bei 400 kV
schichten von 10 cm Dicke, bei 300 kV von 4,5 cm,

bei 175 kV von 2 cm, bei 100 kV von 0,6 cm und bei
50 kV von 0,2 cm Dicke mit einem einzigen Blitz-
schlag, dessen effektive Zeitdauer vom Versuchsobjekt
abhängt und zwischen 10^{-8} und 10^{-6} sec liegt,
sicher durchstrahlt. Die beschriebenen Schwankungen
im Durchstrahlungsvermögen der Röntgenblitze haben
bisweilen sogar die Durchleuchtung der doppelten
Schichtdicke zur Folge.

Das Durchstrahlungsvermögen ist von der Kapazi-
tät des Entladungskondensators so abhängig, daß
oberhalb einer gewissen Kapazität kaum noch eine
nennenswerte Steigerung eintritt. Neben dieser Ka-
pazität und neben der Induktivität des Entladungs-
kreises spielt der Durchmesser der Öffnung der Kathode
für das Durchstrahlungsvermögen insofern eine Rolle,
daß er ein Optimum bei ca. 2,2 cm besitzt, zu dessen
beiden Seiten das Durchstrahlungsvermögen abfällt.

Die Untersuchungen des Brennflecks der Ent-
ladungen auf der Anode zeigen, daß die Größen des
Focus der harten Komponenten des polychromatischen
Röntgenblitzes mit denen der weichen Komponenten
und des sichtbaren Lichtes räumlich zusammenfallen
und bei Kegelanoden einen mittleren Wert von 0,2 bis
0,3 cm \varnothing haben.

Unseren Mitarbeitern, den Herren GRADE, ECK-
HARDT und KAERGEL, danken wir für ihre Hilfe bei der
Herstellung der Apparate und bei der Durchführung
der Untersuchungen.

Literatur. [1] SCHAAFFS, W.: Z. angew. Phys. 1, 462
(1949). — [2] MÜHLENPFORDT, J.: DRP Nr. 748185, 1939;
1944 bekanntgemacht. — [3] ZÜHLKE, K.: DRP Nr. 748186
1940; 1944 bekanntgemacht. — [4] STEENBECK, M.: Wiss.
Veröff. Siemens 17, 1 (1938). — [5] SLACK, CH. M.: Phys. Rev.
(2) 58, 206 (1940). — [6] SLACK, CH. M. u. L. F. EHRKE: J.
appl. Phys. 12, 165 (1941). — [7] SCHAAFFS, W.: Z. Natf. 5a,
631 (1950). — [8] SLACK, CH. M. u. D. C. DICKSON: Proc. IRE,
35, 600 (1947). — [9] SCHAAFFS, W. u. F. TRENDLENBURG:
Z. Natf. 3a, 656 (1948). — [10] SCHAAFFS, W.: Z. Natf. 4a,
463 (1949). — [11] FÜNFER, E.: Z. angew. Phys. 2, 25 (1950).
— [12] HERRMANN, K. H. u. W. SCHAAFFS: Phys. Verh. 3,
74 (1952). — [13] SCHALL, R.: Z. angew. Phys. 2, 83 (1950). —
[14] DICKSON, D. C., C. T. ZAVALES u. L. F. EHRKE: Proc.
N. E. C. 4, 298 (1948). — [15] SLACK, CH. M., L. F. EHRKE,
C. T. ZAVALES u. D. C. DICKSON: J. of SMPE 52, 61 (1949). —
[16] THOMER, G.: Phys. Verh. 3, 10 (1952) u. Z. angew. Phys.
5, 217 (1953). — [17] FÜNFER E.: Z. angew. Phys. 5, 426 (1953).

Priv. Doz. Dr. WERNER SCHAAFFS,
Berlin-Siemensstadt, Rieppelstr. 20.

Dipl.-Phys. KARL-HEINZ HERRMANN,
Berlin-Zehlendorf, Sven-Hedin-Str. 3.

Über die Oberfelder bei der Ausbreitung langer, elektrischer Wellen in System Erde–Luft–Ionosphäre und 2 Anwendungen (horizontaler und senkrechter Dipol).

Von WINFRIED OTTO SCHUMANN, München.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 3. August 1953.)

Die Ionosphärenforschung hat ergeben, daß für
lange“ elektrische Wellen, d. h. solche, deren Fre-
quenz $\omega = 2\pi f$ wesentlich kleiner ist, als die Stoß-
frequenz der Elektronen mit den umgebenden Gas-
molekeln, die Ionosphäre sich wie ein Leiter verhält,
essen Leitwert κ etwa der Größe von Süßwasser,
 $\kappa = 10^{-4} \frac{S}{m}$, entspricht, und kleiner ist, als der Leit-
wert, der der Erde im Mittel zuzuschreiben ist. Die

untere Grenze der Ionosphäre liegt für diese Wellen
etwa 60–70 km über der Erdoberfläche.

Dies trifft praktisch etwa für Frequenzen kleiner
als 10^5 H oder Wellenlängen größer als 3 km zu und
auf dieses Wellengebiet wollen wir uns beschränken.

1. Näherungsansatz.

Die BESSELSchen Funktionen, die bei der Lösung
dieses sphärischen Problems auftreten, lassen sich

wegen der Kleinheit der Luftschichtdicke H , vergleichen mit dem Erdradius a für lange Wellen durch trigonometrische Funktionen ersetzen. Als Darstellung der BESSELFunktion wählen wir die HANKEL-funktion in der Näherungsform von DEBYE [1]

$$H_n^{1,2}(\varrho) = \sqrt{\frac{2}{\pi \varrho \sin \alpha}} \times \\ \times \exp \left[\pm j \varrho (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) \mp j \frac{\pi}{4} \right] \\ \varrho = k r, \quad \cos \alpha = \frac{n}{\varrho}, \quad k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{\omega}{c}$$

Sie gilt für

$$\varrho \gg 1, \quad \omega \gg \frac{c}{a} \sim 50, \quad \lambda \ll 2 \pi a \sim 40\,000 \text{ km}, \\ \text{und für } n < \varrho \text{ bis } n = 0 \text{ herab.}$$

Im Falle $n = \varrho$, $\cos \alpha = 1$, versagt sie. Diesen Fall schließen wir aus. Das interessierende Funktionsgebiet geht von

$$\varrho_a = k a \text{ bis } \varrho_b = k(a + H) = k b, \quad \frac{H}{a} \sim \frac{1}{100} \\ (a \text{ Erdradius, } H \text{ Luftschichtdicke}).$$

Die Lösung der Differentialgleichung $\Delta \Pi + k^2 \Pi$ für das HERTZsche Potential führt in einem sphärischen Koordinatensystem auf die Funktionen

$$\xi_v^{1,2} = \sqrt{\frac{\pi}{2 \varrho}} H_n^{1,2}(\varrho) = \frac{1}{\varrho \sqrt{\sin \alpha}} \times \\ \times \exp \left[\pm j \varrho (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) \mp j \frac{\pi}{4} \right] \dots \left. \vphantom{\frac{1}{\varrho \sqrt{\sin \alpha}}} \right\} (1) \\ n = v + \frac{1}{2}$$

Die prozentuelle Änderung des Faktors $\frac{1}{\varrho \sqrt{\sin \alpha}}$ im Integrationsgebiet von $\Delta \varrho = 0$ bis $\Delta \varrho = \varrho_a - \varrho_b = k H$ ist

$$\frac{\Delta \left(\frac{1}{\varrho \sqrt{\sin \alpha}} \right)}{\frac{1}{\varrho \sqrt{\sin \alpha}}} = - \frac{H}{a} \left(1 + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 \alpha_a \right).$$

Diese Änderung ist größer als 1%, da schon $\frac{1}{\varrho}$ sich um 1% ändert. Lassen wir eine Änderung von 2% zu, so ergibt sich $\alpha_a = 45^\circ$, $\sin \alpha_a = \cos \alpha_a = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{n}{k a}$ d.h. es muß $\alpha \geq 45^\circ$, $n/\varrho \leq 0,7$ sein. Bis zu 10% Änderung treten auf, wenn $\sin \alpha$ bis auf $\sim 0,2$ herabgeht, bzw. $\cos \alpha$ auf 0,973 steigt. Innerhalb dieser Grenzen sehen wir den Faktor $\frac{1}{\varrho \sqrt{\sin \alpha}}$ als praktisch unabhängig von ϱ an. Für den Exponentialausdruck ergibt sich

$$\frac{d}{d\varrho} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) = \frac{\alpha \cos \alpha}{\varrho}$$

und

$$\frac{\xi_v^{1,2}(\varrho)}{\xi_v^{1,2}(\varrho_a)} = \exp \left[\pm j \Delta \varrho \left(\sin \alpha_a + \frac{\Delta \varrho}{\varrho_a} \alpha_a \cos \alpha_a \right) \right],$$

$$\Delta \varrho = \varrho - \varrho_a.$$

wo der zweite Teil in der Klammer sehr klein gegen den ersten ist.

Man kann also, abgesehen von wenig veränderlichen Gliedern

$$\xi_v^{1,2} = e^{\pm j \Delta \varrho \cdot \sin \alpha_a} \quad (1a)$$

schreiben, d. h. man kommt innerhalb dieser Grenzen

auf die Vernachlässigung der Erdkrümmung, was die radiale Verteilung anbelangt.

II. Der horizontale Dipol.

In diesem Fall kann das Feld in größerer Entfernung in einem sphärischen Koordinatensystem, Abb. 1, näherungsweise durch das Feld eines senkrechten, magnetischen Dipols beschrieben werden. (Kreisstrom um eine kleine Fläche senkrecht zur z -Achse, $\Theta = 0$). [2].

Allerdings gilt die Lösung streng nur für ∞ gut leitende Erde, während für eine endlich leitende Erde, die von A. SOMMERFELD beschriebenen zusätzlichen Felder eines influenzierten, senkrechten, elektrischen Dipols auftreten. (Partielle Diff.-Gl. S.260 Leipzig 1947). Diese Frage soll in einer folgenden Arbeit behandelt werden.

Ein senkrechter, magnetischer Dipol ergibt nur die Feldkomponenten E_φ , H_r und H_Θ und in großer Entfernung tritt eine radial ausgestrahlte Welle mit den Komponenten E_φ und H_Θ auf, die auch von einem horizontalen elektrischen Dipol, parallel zur x -Achse, an der Stelle des magnetischen Dipols herrühren könnte [3]. Allerdings verlaufen die Felder des magnetischen Dipols, der am stärksten in der Richtung seiner Ebene ($\Theta = 90^\circ$) strahlt, mit $\sin \Theta$, wäh-

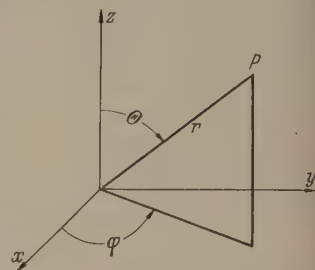


Abb. 1. Sphärisches Koordinatensystem.

rend die Felder des horizontalen Dipols, am stärksten in der Richtung senkrecht zu seiner Achse (in unserem Fall der z , y -Ebene, $\varphi = 90^\circ$) strahlt, proportional zu $\sin \varphi$. Die maximale Strahlung des magnetischen Dipols ($\Theta = 90^\circ$) ist aber identisch mit der maximalen Strahlung des elektrischen Dipols ($\varphi = 90^\circ$) und kann auf diese Weise bestimmt werden. In anderen Richtungen verläuft die Strahlung proportional $\sin \varphi$. Setzt man das HERTZsche Potential des ungestörten Dipols in der Form

$$\Pi_0 = \frac{I l}{4 \pi r_0 k} \frac{\exp(-j k R)}{R}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (2)$$

R Abstand vom Ort des Dipols, r_0 Radius des Ortes, wo sich der Dipol befindet, $h_s = r_0 - a$, seine Höhe über der Erdoberfläche, an, so ergeben sich die Felder als

$$\left. \begin{aligned} E_\varphi &= \omega \mu \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta}, \quad H_r = \frac{j}{r \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} \right), \\ H_\Theta &= -j \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Im sphärischen Koordinatensystem hat die Funktion Π der Wellengleichung

$$\Delta \Pi + k^2 \Pi = 0 \text{ zu genügen, mit } k = \frac{\omega}{c} \quad (4)$$

im Luftraum und mit $k = \sqrt{\varepsilon} \omega \mu \exp \left(-j \frac{\pi}{4} \right)$ in den angrenzenden Leitern und hat in der Nähe des Dipols in die Funktion Gl. (2) überzugehen.

An den Grenzen Erde-Luft, $r = a$ und Luft-Ionosphäre $r = b$ erfordern die Stetigkeit von E_φ

und H_0

$$H_1 = H_2 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial r H}{\partial r} \right)_1 = \left(\frac{\partial r H}{\partial r} \right)_2 \quad (5)$$

so daß an diesen Grenzen $H \cdot \frac{\partial(rH)}{\partial r}$ stetig ist. Die Lösung der Differentialgleichung (4) führt auf Kugelfunktionen $P_\nu(\cos \Theta)$ und BESSELSche Funktionen

$$\xi_\nu^{1,2} = \sqrt{\frac{\pi}{2q}} H_{\nu+\frac{1}{2}}^{1,2}(q), \quad q = kr. \quad (6)$$

Nach Gl. (1a) setzen wir im Luftraum

$$H_L = P_\nu(\Theta) \cdot \left\{ \exp(j \Delta \varrho_L \sin \alpha_L) + c_1 \exp(-j \Delta \varrho_L \sin \alpha_L) \right\} \quad (7)$$

mit

$$\Delta \varrho = \varrho - \varrho_a = k_L(r - a)$$

und

$$\cos \alpha_L = \frac{n}{k_L a}, \quad n = \nu + \frac{1}{2}, \quad k_L = \frac{\omega}{c}.$$

Analog setzen wir in der Ionosphäre

$$H_I = P_\nu(\Theta) \cdot c_2 \exp(-j \Delta \varrho_I \sin \alpha_I) \quad (8)$$

$$\Delta \varrho_I = k_I(r - a), \quad \cos \alpha_I = \frac{n}{k_I a},$$

$$k_I = \sqrt{k_I \omega \mu} \exp\left(-j \frac{\pi}{4}\right)$$

und in der Erde

$$H_E = P_\nu(\cos \Theta) \cdot c_3 \exp(j \Delta \varrho_E \sin \alpha_E) \quad (9)$$

$$\Delta \varrho_E = k_E(r - a), \quad \cos \alpha_E = \frac{n}{k_E a},$$

$$k_E = \sqrt{\kappa_E \omega \mu} \exp\left(-j \frac{\pi}{4}\right),$$

so daß die Felder in Ionosphäre und Erde exponentiell nach außen bzw. nach innen verschwinden.

Die Grenzbedingungen verlangen nun, daß bei $r=a$, $\Delta \varrho=0$ und bei $r=b$, $\Delta \varrho=kH$, H und $\frac{\partial H}{\partial r}$ stetig sein und bestimmen bei gegebenem ω bzw. k den Wert von ν bzw. von n .

Dies ergibt

$$c_1 \left(1 + \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E} \right) + 1 - \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E} = 0,$$

d. h. für $k_E \rightarrow \infty$ wird $c_1 = -1$, woraus folgt, daß dann die radiale H -Verteilung nach Gl. (7) der $\sin[\Delta \varrho_L \sin \alpha_L]$ -Funktion folgt. Weiterhin folgt

$$\exp[2j H k_L \sin \alpha_L] = \frac{1 - \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E}}{1 + \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E}} \cdot \frac{1 - \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_I \sin \alpha_I}}{1 + \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_I \sin \alpha_I}}.$$

Wird wieder k_E und $k_I \rightarrow \infty$ vorausgesetzt, so folgt

$$\exp[2j H k_L \sin \alpha_L] = 1$$

oder

$$H k_L \sin \alpha_L = g\pi, \quad g = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

also eine unendliche Reihe von Eigenwerten und dazu gehöriger Eigenfunktionen.

Der Fall $g=0$ ist nicht möglich, da mit $c_1 = -1$, H_L zu Null werden würde. Da $\sin \alpha_L = 1$ der Grenz-

wert für reelles α_L ist, folgen daraus für die Existenz der verschiedenen Eigenfunktionen (Modes) kritische Frequenzen der Größe $\omega_k = g\pi \cdot \frac{c}{H}$, die nicht unterschritten werden können, bzw. kritische Wellenlängen $\lambda_k = \frac{2H}{g}$, die nicht überschritten werden können und deren größte $\lambda_{k_{max}} = 2H$ ist. Also ist

$$\sin \alpha_L = \frac{\omega_k}{\omega} \quad (11)$$

und

$$\cos \alpha_L = \frac{n}{k_L a} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2}. \quad (12)$$

Es sind dies dieselben Grenzfrequenzen, wie man sie auch in einem rechteckigen Hohlleiter der Höhe H bei sehr großer Breite mit ∞ gut leitenden Wänden für H -Wellen erhält. Jeder dieser Grenzfrequenzen entspricht eine andere Feldverteilung (mode) wie von den Hohlleitern her bekannt.

Für $\omega = \omega_k$ wird hiernach $\sin \alpha = 1$ und

$$n = \nu + \frac{1}{2} = k_L a \cos \alpha = 0.$$

Hier macht sich ein Fehler unserer Näherung bemerkbar, denn die strenge Lösung der Grenzbedingungen für ∞ gut leitende Wände führt auf die Gleichung

$$\frac{N_n(q_a)}{I_n(q_a)} = \frac{N_n(\tau \cdot q_a)}{I_n(\tau \cdot q_a)}, \quad \tau = \frac{q_b}{q_a} = \frac{b}{a} = \frac{a+H}{a}$$

wobei I die BESSELSche Funktion 1. Art, N die BESSELSche Funktion 2. Art bedeutet.

Ist bei einer der Grenzfrequenzen

$$\omega = \omega_k = \pi g \cdot \frac{c}{H},$$

so ist

$$q_a = k_L a = \pi \cdot g \frac{a}{H} \quad \text{und} \quad (\tau - 1) q_a = g \cdot \pi.$$

In diesem Fall ist $n = \frac{1}{2}$ und nicht Null, $\nu = 0$, die strenge Lösung dieser Gleichung nach [4].

Da wir nun aber so geringe Werte von n wegen der Darstellung der Kugelfunktion P_ν [Gl. (19)] ausschließen müssen, und da n wegen der Größe von $k_L a$ außerordentlich rasch anwächst, sobald ω und ω_k nur wenig voneinander verschieden sind, versuchen wir keine genauere Approximation.

Ist $\lambda > 2H$, d. h. $f < \sim 2000$ Per/sek, so ist überhaupt keine Ausbreitung möglich, ist $\lambda < \frac{2H}{g}$, so sind alle Wellentypen von $g=1$ bis g möglich.

Sind nun k_E und k_I nicht unendlich, aber groß gegen k_L , so wird

$$c_1 = - \left(1 - 2 \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E} \right) \quad (13)$$

also H_L für $\Delta \varrho = 0$, nicht mehr exakt gleich Null, sondern gleich

$$2 \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E}$$

und

$$\exp(H k_L \sin \alpha_L) = 1 - 2 \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E} - 2 \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_I \sin \alpha_I}.$$

Wird jetzt $H k_L \sin \alpha_L = \pi g + \varepsilon$ gesetzt, $\varepsilon \ll \pi g$, so wird

$$\varepsilon = j \left[\frac{k_L \sin \alpha_L}{k_E \sin \alpha_E} + \frac{k_L \sin \alpha_L}{k_I \sin \alpha_I} \right]. \quad (14)$$

Ist nun $\sin \alpha_L = \frac{1}{H k_L} (\pi g + \varepsilon)$, so wird daraus

$$\cos \alpha_L = \frac{n}{k_L a} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2} - \frac{1}{(k_L H)^2} \pi g \varepsilon / \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2},$$

solange $\frac{\pi g}{k_L H}$ nicht zu nahe an 1 liegt, und

$$n = a \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2} - \frac{a}{H} \frac{\omega_k}{\omega} \varepsilon \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2}}.$$

In den Gl. (8), (9) und (14) kann $\sin \alpha_I$ und $\sin \alpha_E$ praktisch gleich eins gesetzt werden. Denn es ist

$$\cos \alpha_I = \frac{n}{k_I a} = \frac{k_L}{k_I} \cos \alpha_L \text{ und } \left| \frac{k_L}{k_I} \right| = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\omega}{\mu \kappa_I}}.$$

Mit $\kappa = 10^{-4} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ und $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ ist $\left| \frac{k_L}{k_I} \right| = \frac{\sqrt{\omega}}{3000}$.

Setzt man $\left| \frac{k_L}{k_I} \right| \leq \frac{1}{10}$, so ergibt sich $\lambda \geq 20 \text{ km}$.

Bis zu dieser Wellenlänge herab ist $\cos \alpha_I \leq \frac{1}{10} \cos \alpha_L$ und α_I liegt sehr nahe 90° . Für einen größeren Leitwert gilt dies noch bis zu kürzeren Wellenlängen.

Setzt man nun $\sin \alpha_E$ und $\sin \alpha_I$ gleich eins, und $\sin \alpha_L = \frac{\omega_k}{\omega}$, so folgt

$$c_1 = -1 + 2 \frac{\omega_k}{c k_E \omega \mu} \exp \left(j \frac{\pi}{4} \right) \quad (15)$$

und

$$n = a \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2} - \frac{a}{H} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2 \times \left. \begin{aligned} & \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2}} \left[\sqrt{\frac{\omega \mu}{\kappa_E}} + \sqrt{\frac{\omega \mu}{\kappa_I}} \right] \exp \left(j \frac{3}{4} \pi \right). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Dieser Wert von n bestimmt die Ausbreitungsverhältnisse längs des Erdumfanges. Sein reeller Teil ergibt die Phasengeschwindigkeit

$$v_\varphi = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2} \dots \quad (17)$$

und der imaginäre Teil bestimmt den Dämpfungsfaktor $e^{-\beta D} = e^{-\beta a \Theta}$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{H} \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2}} \left[\sqrt{\frac{\omega \mu}{\kappa_E}} + \sqrt{\frac{\omega \mu}{\kappa_I}} \right] \dots \quad (18)$$

der denselben Wert hat, wie für eine H -Welle in einem rechteckigen Hohlleiter, dessen eine Dimension sehr groß ist gegenüber der anderen [6].

Wir finden analog wie bei magnetischen Longitudinalwellen in Hohlleitern, daß in der Nähe jeder Grenzfrequenz die Phasengeschwindigkeit abhängig

von der Betriebsfrequenz wird und größer als die Lichtgeschwindigkeit wird und daß für die Ausbreitung der Energie die Gruppengeschwindigkeit $v_g = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2}$ maßgebend ist, die bei der kritischen Frequenz gleich Null ist und mit wachsender Frequenz ansteigt. Bei der Dämpfung zeigt sich analog, daß an sich die verschiedenen Ausbreitungsformen (modes) um so stärker gedämpft sind, je näher die zugehörige kritische Frequenz ω_k an ω liegt. Weiter ist die Dämpfung in unmittelbarer Nähe der kritischen Frequenz sehr groß und nimmt mit wachsender Frequenz ω ab. Ferner ergibt die Rechnung, wie auch bei Hohlleitern, daß für diese Wellen die Dämpfung mit wachsender Frequenz dauernd abnimmt. Dies hängt damit zusammen, daß die Wellen mit wachsender Frequenz immer „transversaler“ werden, d.h. H_θ immer kleiner wird, und damit der Strom, der in den begrenzenden Leitern fließt. Schließlich ist, wie später gezeigt wird, die Dämpfung des horizontalen Dipols im allgemeinen kleiner als die des elektrischen Dipols.

Da ν keine ganze Zahl ist, hat die Kugelfunktion $P_\nu(\Theta)$ an der Stelle $\Theta = \pi$, $\cos \Theta = -1$ eine Singularität, indem sie dort unendlich wird wie

$$P_\nu(\cos \Theta) \rightarrow \frac{\sin \nu \pi}{\pi} \log(\pi - \Theta)^2, \\ \cos \Theta \rightarrow -1$$

An dieser Stelle haben wir uns den Dipol entsprechend Gl. (2) zu denken. Nehmen wir diesen bei $\Theta = 0$ an, so haben wir statt $\Theta \rightarrow (\pi - \Theta)$ zu setzen, $P_\nu(-\cos \Theta)$ zu schreiben, das sich für große Werte von ν angenähert als

$$P_\nu(-\cos \Theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi \nu \sin \Theta}} \cdot \cos \left[\left(\nu + \frac{1}{2} \right) (\pi - \Theta) - \frac{\pi}{4} \right] \quad (19)$$

$0 < \Theta < \pi$ schreiben läßt. Diese Darstellung gilt demnach nur für $\nu = n - \frac{1}{2} \gg 1$, ist also in der Nähe der kritischen Frequenz, wo n sehr klein wird, nicht gültig. Solange $n = \nu + \frac{1}{2}$ reell ist, entspricht das einer stehenden Welle, oder nach der Formel

$$\cos z = \frac{1}{2} (e^{jz} + e^{-jz})$$

zwei gleich großen in entgegengesetzter Richtung um die Erde wandernden Wellen. Sobald jedoch n komplex ist, tritt Dämpfung dieser Wellen auf und wenn z einen negativ imaginären Teil hat, $z = z_r - j z_i$, ist

$$\cos z = \frac{1}{2} [e^{z_i} e^{j z_r} + e^{-z_i} e^{-j z_r}]$$

und bei genügender Größe von z_i bleibt praktisch nur die Wanderwelle

$$\frac{1}{2} e^{z_i} e^{j z_r} = \frac{1}{2} e^{j z}$$

übrig, so daß man in diesem Fall

$$P_\nu(-\cos \Theta) = \sqrt{\frac{1}{2 \pi \nu \sin \Theta}} \exp \left[j \left(\nu + \frac{1}{2} \right) (\pi - \Theta) - j \frac{\pi}{4} \right] \quad (20)$$

schreiben kann. Hieraus folgt, daß dann — wie schon erwähnt — der reelle bzw. der imaginäre Teil von $n = \nu + \frac{1}{2}$ für die Phasengeschwindigkeit bzw. für die

Dämpfung beim Umlauf um die Erde maßgebend ist. Die Potentialfunktion Π setzen wir in der Form

$$\Pi(r, \Theta) = \sum_g D_g \Psi_g(kr) P_g(-\cos \Theta) \quad (21)$$

wobei im Luftraum

$$\Psi_g(kr) = e^{j 4g \sin \alpha_L} + c_1 e^{-j 4g \sin \alpha_L} \quad (22)$$

Da die Funktionen $\Psi_g(kr)$ infolge der erfüllten Randbedingungen an den Grenzen $r=a$ und $r=a+H$ und infolge ihres exponentiellen Verschwindens im Erdinnern und in der Ionosphäre für die verschiedenen Eigenwerte ν zueinander orthogonal sind, $\Psi_{\nu a} \cdot \Psi_{\nu b} \cdot dr = 0$, s. [7], kann man die Koeffizienten D_ν

aus Gl. (21) bestimmen, da der Orthogonalität wegen $\int_0^{\infty} \Psi_\nu^2(kr) \cdot dr = D_\nu \int_0^{\infty} \Psi_\nu^2(kr) \cdot dr \cdot P_\nu(-\cos \Theta)$

Für das Integral $\int_0^{\infty} \Psi_\nu^2(kr) \cdot dr$ rechnen wir nur den Betrag im Luftraum aus und vernachlässigen die kleinen Beträge im Innern der Erde und der Ionosphäre. Nun ist angenähert

$$N_\nu = \int_{r=a}^{r=b} \Psi_\nu^2(kr) dr = -2H,$$

da c_1 sehr nahe gleich -1 ist.

Es folgt nun

$$D_\nu N_\nu = \frac{1}{P_\nu(-\cos \Theta)} \int_0^{\infty} \Psi_\nu(kr) \cdot \Pi(r, \Theta) dr$$

und nach Gl. (2)

$$D_\nu N_\nu = \frac{1}{P_\nu(-\cos \Theta)} \int_0^{\infty} \Psi_\nu(kr) \frac{Il}{4\pi r_0 k} \frac{\exp(-jkR)}{R} dr.$$

Durch den Grenzübergang $\Theta \rightarrow 0$, $r \rightarrow r_0$ läßt sich dies Integral bestimmen. Dann geht $P_\nu(-\cos \Theta)$ gegen unendlich und von $\Pi(r, \Theta)$ kommt nur der Teil nahe $R \rightarrow 0$, d.h. r nahe r_0 in Frage, da dort auch Π unendlich wird. Man braucht also die Integration nur um die nächste Nähe des Punktes $r=r_0$, $\Theta=0$, durchzuführen, wo sich der Dipol befinden soll. Führt man dies durch [7], so ergibt sich

$$D_\nu N_\nu = \Psi_\nu(kr_0) \frac{Il}{4r_0 \sin \nu \pi}.$$

Also

$$D_\nu = -\frac{1}{2Hk} \Psi_\nu(kr_0) \frac{Il}{4r_0 \sin \nu \pi}, \quad (21a)$$

wobei Ψ_ν mit großer Annäherung, wenn $c_1 \approx -1$

$$\Psi_\nu(kr) = 2j \sin\left(\pi g \frac{Ar}{H}\right) \quad (23)$$

gesetzt werden kann. Es ergibt sich also schließlich

$$\begin{aligned} \Pi(r, \Theta) = & + \sum_g \frac{Il}{2r_0 H k} \sin \pi g \frac{h_S}{H} \\ & \times \sin \pi g \frac{h_E}{H} P_g(-\cos \Theta) \cdot \frac{1}{\sin \nu \pi}, \end{aligned}$$

wo h_S durch die Höhe des strahlenden Dipols bestimmt ist und h_E die Höhe des Empfängers über der Erde angibt. Der Faktor $\frac{1}{\sin \nu \pi}$ bedeutet den Resonanz-

einfluß, denn wenn bei ∞ gut leitenden Wänden n abhängig von ω den Wert $g + \frac{1}{2}$ (g ganze Zahl) durchläuft, würde diese Frequenz eine Resonanz mit einer der Eigenfrequenzen des Systems bedeuten und Π dann ∞ werden. Mit Dämpfung ist das natürlich nicht möglich. Es ist dann

$\sin z = \sin(z_r - jz_i) = \sin z_r \operatorname{Co} z_i - j \cos z_r \operatorname{Si} z_i$ und wenn z_i groß genug ist, so ist

$$\sin z = \frac{e^{2z_i}}{2j} e^{jz_r} = \frac{1}{2j} e^{jz}$$

wobei dann allerdings jeder Einfluß einer Resonanz verschwunden ist. In diesem Fall wird

$$\frac{P_\nu(-\cos \Theta)}{\sin \nu \pi} = -\sqrt{\frac{2}{j\pi \nu \sin \Theta}} \cdot \exp\left[-j\left(\nu + \frac{1}{2}\right)\Theta\right], \quad (24)$$

so daß schließlich

$$\begin{aligned} \Pi(r, \Theta) = & - \sum_g \frac{Il}{2r_0 H k} \sqrt{\frac{2}{j\pi \nu \sin \Theta}} \\ & \times \exp(-jn\Theta) \sin\left(\pi g \frac{h_S}{H}\right) \sin\left(\pi g \frac{h_E}{H}\right) \end{aligned} \quad (25)$$

wird, wobei für $n = \nu + \frac{1}{2}$ der Wert nach Gl. (16) einzusetzen ist.

Das radiale Feld H_r ist nach Gl. (3)

$$H_r = j \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} \right) = -\frac{j}{r} \nu(\nu+1) \Pi$$

und wobei wegen der großen Werte von ka , falls ω nicht zu nahe an ω_k liegt, $\nu \approx ka \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2}$ gesetzt werden kann.

Es wird also mit $r \approx a$, $\nu(\nu+1) \approx \nu^2$

$$\begin{aligned} H_r = & \sum_g \frac{Il}{2H r_0} \sqrt{j\omega} \left[1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2 \right]^{3/4} \sqrt{\frac{2}{\pi c D} \frac{\Theta}{\sin \Theta}} \\ & \times \sin\left(\pi \frac{h_S}{H} g\right) \cdot \sin\left(\pi \frac{h_E}{H} g\right) \cdot \exp(-jn\Theta). \end{aligned} \quad (26)$$

$$D = a \Theta.$$

Die Ausstrahlung ist in der Nähe der kritischen Frequenz $\omega \approx \omega_k$ gering und wächst mit wachsendem ω an. Für $\frac{\omega_k}{\omega} \ll 1$ ist die Ausstrahlung aller Wellenformen gleich stark und proportional der Wurzel aus der Frequenz.

Die horizontale Feldkomponente H_Θ wird nach Gl. (3)

$$H_\Theta = -j \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} \right),$$

wobei wiederum

$$\frac{\partial(r \Pi)}{\partial r} \approx r \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial r}$$

gesetzt werden kann, also

$$\begin{aligned} H_\Theta = & \sum_g \frac{a}{r_0} \omega_k \left[1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2 \right]^{1/4} \frac{Il}{2H} \sqrt{\frac{2}{j\omega \pi c D} \frac{\Theta}{\sin \Theta}} \\ & \times \sin\left(\pi \frac{h_S}{H} g\right) \cdot \cos\left(\pi \frac{h_E}{H} g\right) \cdot \exp(-jn). \end{aligned} \quad (27)$$

Für h_S und $h_E = 0$, Sender bzw. Empfänger auf der Erdoberfläche, verschwinden nach den Gl. (26) und (27)

alle Feldstärken, was nur bei $\kappa_E \rightarrow \infty$ möglich ist. Für endliches κ_E ist entsprechend Gl. (15) bei $h \rightarrow 0$ statt $\sin\left(\pi \frac{h}{H} g\right)$ in Gl. (27) der Wert

$$2 \frac{\omega \kappa}{c} \frac{1}{\sqrt{\kappa_E \omega \mu}} \exp\left(\frac{\pi}{4} j\right)$$

zu setzen.

Diese Komponente wird um so schwächer ausgestrahlt, je höher die Frequenz ist. Sind bei der gegebenen Frequenz verschiedene Wellenformen möglich, so wird die Form der höchsten Ordnung am stärksten ausgestrahlt. In der Nähe der kritischen Frequenz ist die Ausstrahlung am geringsten.

III. Der vertikale Dipol.

Setzen wir auch hier wieder das HERTZsche Potential des elektrischen Dipols als

$$\Pi_0 = \frac{I l}{4 \pi r_0 k} \cdot \frac{\exp(-j k R)}{R} \quad (28)$$

an, so treten jetzt die Felder E_r , E_Θ und H_φ auf, als

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{j}{r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} \right) \\ E_\Theta &= -\frac{j}{r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\partial^2}{\partial \Theta \partial r} (r \Pi) \\ H_\varphi &= -k \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} = -k \sqrt{\epsilon \mu} \frac{\partial \Pi}{\partial \Theta} \\ k &= \frac{\omega}{c} = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

An den Grenzen Luft-Erde, $r=a$ und Luft-Ionosphäre, $r=b$, erfordert die Stetigkeit von E_Θ und H_φ

$$\frac{1}{k} \frac{\partial(\Pi r)}{\partial \Theta} \quad \text{und} \quad (k \Pi),$$

so daß auch hier $\Pi \cdot \frac{\partial(\Pi r)}{\partial \Theta}$ an diesen Grenzen stetig sind. Nun ist nach Gl. (1)

$$\varrho \xi_{\nu}^{1,2} = \frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}} \exp \left[\pm j \varrho (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) \mp j \frac{\pi}{4} \right]$$

und bei der Bildung von $\frac{\partial}{\partial \varrho} (\varrho \xi_{\nu}^{1,2})$ ist die Änderung von $\frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}}$ sehr gering gegenüber der Änderung der Exponentialfunktion, solange man sich innerhalb der in Abschnitt I angegebenen Grenzen hält und als größte vorkommende Wellenlänge etwa $\lambda = 2H$ setzt. Man kann also statt $\frac{\partial(r \Pi)}{\partial r}$ einfach $r \frac{\partial \Pi}{\partial r}$ setzen, wo r eine „langsam“ veränderliche Größe ist, wenn man die in Gl. (7), (8) und (9) definierten Funktionen für Π einführt. Es sind also als stetig anzusetzen an den Grenzen die Funktion $k \Pi$ und $\frac{1}{k} \frac{\partial \Pi}{\partial r}$ an den Stellen $r=a$, $\Delta \varrho=0$ und $r=a+H$, $\Delta \varrho=kH$. Damit ergibt sich

$$c_1 \left[1 + \frac{\sin \alpha_E k_L}{\sin \alpha_L k_E} \right] - 1 + \frac{\sin \alpha_E}{\sin \alpha_L} \cdot \frac{k_L}{k_E} = 0.$$

Geht $k_E \rightarrow \infty$, so ergibt sich $c_1=1$, d.h. Π_L verläuft in diesem Fall nach der $\cos [\Delta \varrho_L \sin \alpha_L]$ -Funktion.

Weiter ergibt sich

$$e^{2jHk_L \sin \alpha_L} = \frac{1 - \frac{k_L \sin \alpha_E}{k_E \sin \alpha_L}}{1 + \frac{k_L \sin \alpha_E}{k_E \sin \alpha_L}} \cdot \frac{1 - \frac{k_L \sin \alpha_I}{k_I \sin \alpha_L}}{1 + \frac{k_L \sin \alpha_I}{k_I \sin \alpha_L}}$$

und für k_I und $k_E \rightarrow \infty$ wird $e^{2jHk_L \sin \alpha_L} = 1$.

$$H k_L \sin \alpha_L = \pi \cdot g, \quad g = 0, 1, 2, \dots$$

$$\sin \alpha_L = \frac{\pi g}{H k_L} = \left(\frac{\omega k}{\omega} \right), \quad \cos \alpha_L = \frac{n}{k_L a} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega} \right)^2} \quad (30)$$

Hier bei der E -Welle ist im Gegensatz zur H -Welle des magnetischen Dipols auch der Fall $g=0$, d.h. $\alpha_L=0$, $n=k_L a$ möglich, der für $\lambda > 2H$ bis $\lambda = \infty$ geht, der aber nicht mehr unter unsere Näherung der BESSELFunktion fällt. Dieser Fall, bei dem die Felder praktisch wenig abhängig vom Radius werden, ist vom Verfasser nach anderen Methoden in 2 Arbeiten behandelt worden. [8]. Je nach dem Wert von g erhalten wieder eine Menge von kritischen Frequenzen die durch $\frac{\pi g}{H k_L} = 1$, $\omega_k = \frac{\pi g c}{H}$, $\lambda_k = \frac{2H}{g}$ gegeben sind und jede dieser unteren Grenzfrequenzen entspricht einer anderen Feldform (mode), so daß für $\omega > \omega_k$, $g+1$ sich ausbreitende Wellenformen möglich sind, wenn man die wichtige Welle mit $g=0$ dazu nimmt.

Sind die Leitwerte nicht unendlich, ist aber

$$\frac{k_L}{k_E} \quad \text{und} \quad \frac{k_L}{k_I}$$

klein gegen 1 und gleichzeitig

$$\sin \alpha_L = \frac{\omega_k}{\omega} = \frac{\lambda}{\lambda_k}$$

nicht zu klein, was eine obere Frequenzgrenze von $\omega_{max} \approx 45 \omega_k^{2/3}$ voraussetzt

$$\left(\frac{k_L}{k_E} \frac{1}{\sin \alpha_L} \approx 1/10 \text{ gesetzt, mit } \kappa = 10^{-4} \text{ S/m} \right),$$

so wird

$$c_1 = 1 - 2 \frac{\sin \alpha_E}{\sin \alpha_L} \cdot \frac{k_L}{k_E}$$

und

$$e^{2jHk_L \sin \alpha_L} = 1 - 2 \frac{k_L \sin \alpha_E}{k_E \sin \alpha_L} - 2 \frac{k_L \sin \alpha_I}{k_I \sin \alpha_L}.$$

Setzt man wieder $H k_L \sin \alpha_L = \pi g + \varepsilon$ so wird jetzt

$$\varepsilon = j \left[\frac{k_L \sin \alpha_E}{k_E \sin \alpha_L} + \frac{k_L \sin \alpha_I}{k_I \sin \alpha_L} \right]$$

und aus

$$\sin \alpha_L = (\pi g + \varepsilon) \frac{1}{H k_L}$$

folgt

$$\cos \alpha = \frac{n}{k_L a} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega} \right)^2} - \frac{\varepsilon}{H k_L} \frac{\omega k}{\omega} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega} \right)^2}}, \quad (31)$$

wenn ω_k/ω nicht zu nahe an eins liegt d.h. die aufprägte Frequenz genügend höher ist als die kritische. Schließlich folgt

$$n = \frac{a \omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega} \right)^2} - \frac{a}{H} \frac{\omega k}{\omega} j \left[\frac{k_L \sin \alpha_E}{k_E \sin \alpha_L} + \frac{k_L \sin \alpha_I}{k_I \sin \alpha_L} \right] \quad (32)$$

und wenn wieder $\sin \alpha_E$ und $\sin \alpha_I = 1$ gesetzt wird,

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{a \omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega}\right)^2} - \frac{a}{H} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega}\right)^2}} \\ &\times e^{j \frac{3}{4} \pi} \left(\sqrt{\frac{\omega \mu}{\kappa_E}} + \sqrt{\frac{\omega \mu}{\kappa_I}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Der reelle Teil von n ergibt die Phasengeschwindigkeit

$$v_P \approx \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega \kappa}{\omega}\right)^2}} \quad (34)$$

die wieder größer als die Lichtgeschwindigkeit ist und in der Nähe der Grenzfrequenz stark frequenzabhängig ist, so daß die Gruppengeschwindigkeit für die Energieausbreitung bestimmend ist, und die bei $\omega = \omega_k$ unendlich ist und mit wachsendem ω ansteigt. Der imaginäre Teil von n bestimmt den Dämpfungsfaktor β

$$c^{-\beta} D = c^{-\beta} a \Theta$$

$$\beta = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega k}{\omega}\right)^2}} \left(\sqrt{\frac{\omega \mu_E}{2 \kappa_E}} + \sqrt{\frac{\omega \mu_I}{2 \kappa_I}} \right) \quad (35)$$

der die gleiche ist, wie für die E -Wellen in einem rechtwinkligen Hohlleiter, dessen eine Seite sehr lang ist, gegenüber der anderen [9]. Es ergibt sich auch hier die Dispersion der Phasengeschwindigkeit in der Nähe der kritischen Frequenzen, die für die E -Wellen und die H -Wellen die gleichen Werte haben. Die Dämpfung ist in der Nähe der kritischen Frequenz am Maximum und verläuft schließlich proportional $\sqrt{\omega}$. Während bei der E -Welle die Dämpfung der verschiedenen Wellenformen nach Gl. (35), abgesehen von unmittelbarer Nähe der entsprechenden kritischen Frequenzen für alle Schwingungsformen die gleiche ist, ist bei der H -Welle, Gl. (18) die Dämpfung der Schwingungsformen um so kleiner, je geringer ihre Ordnung ist, wegen des Faktors $\left(\frac{\omega k}{\omega}\right)^2$.

Vergleicht man die Dämpfung in beiden Fällen, so besteht $\frac{\beta_{HW}}{\beta_{EW}} = \left(\frac{\omega k}{\omega}\right)^2$. Während in der Nähe der kritischen Frequenzen die Dämpfungen etwa gleich sind, ist bei wachsender Frequenz die H -Welle immer weniger gedämpft als die entsprechende E -Welle. Für die hier nicht behandelte Ausbreitungsform sehr langer Wellen, λ bis $\rightarrow \infty$ mit $\alpha_L = 0$, $g = 0$, ergibt sich die Dämpfung als

$$\beta_0 = \frac{1}{2H} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \left(\sqrt{\frac{\omega \mu_E}{2 \kappa_E}} + \sqrt{\frac{\omega \mu_I}{2 \kappa_I}} \right) \quad (36)$$

ist also halb so groß, wie die Dämpfung der Oberwellen [8].

Besonders in der Nähe der kritischen Frequenzen sind die Oberwellen viel stärker gedämpft als die Grundwelle.

Auch hier können wir die Potentialfunktion für die Oberwellen wie in Gl. (21) wieder als

$$\Pi(r, \Theta) = \sum_g D_g \Psi_g(kr) P_g(-\cos \Theta)$$

ansetzen. Nur ergibt sich hier

$$N_g = 2H \quad \text{mit} \quad c_1 = 1$$

und wir erhalten wie in Gl. (21a)

$$D_g = \frac{1}{2Hk} \Psi_g(kr_0) \frac{1}{\sin v\pi} \cdot \frac{Il}{4r_0},$$

wobei hier mit großer Näherung,

$$c = +1, \quad \Psi_g = 2 \cos(\Delta \varrho \cdot \sin \alpha)$$

gesetzt werden kann, so daß man schließlich erhält

$$\left. \begin{aligned} \Pi(r, \Theta) &= \sum_g \frac{1}{Hk} \frac{1}{\sin v\pi} \frac{Il}{4r_0} \cos\left(\pi g \frac{h_S}{H}\right) \\ &\times \cos\left(\pi g \frac{h_E}{H}\right) P_g(-\cos \Theta) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

mit h_S Senderhöhe und h_E Empfängerhöhe über der Erde und nach Gl. (20) schließlich

$$\begin{aligned} \Pi(r, \Theta) &= - \sum_g \frac{Il}{2r_0 Hk} \sqrt{\frac{2}{jv\pi \sin \Theta}} \cos\left(\pi \frac{h_S}{H} g\right) \\ &\times \cos\left(\pi g \frac{h_E}{H}\right) \exp(-jn\Theta). \end{aligned} \quad (38)$$

Die radiale elektrische Feldstärke wird nach Gl. (29)

$$\begin{aligned} E_r &= \sum_g \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{j\omega} \frac{Il}{2H} \cdot \frac{a}{r_0} \sqrt{\frac{2}{\pi c D} \cdot \frac{\Theta}{\sin \Theta}} \\ &\times \left[1 - \left(\frac{\omega k}{\omega}\right)^2 \right]^{3/4} \cos\left(\pi \frac{h_S}{H} g\right) \cdot \cos\left(\pi \frac{h_E}{H} g\right) \exp(-jn\Theta). \end{aligned} \quad (39)$$

Es ergibt sich auch hier, daß die Ausstrahlung proportional der Wurzel aus der Frequenz ist und daß sie nahe den kritischen Frequenzen sehr stark sinkt.

Da bei gegebener Strahlungsleistung N der Antenne, diese proportional $I^2 \omega^2$ ist, nimmt E_r bei gegebener Strahlungsleistung umgekehrt proportional zu $\sqrt{\omega}$ ab. Bei gegebener Frequenz ω werden die verschiedenen Wellenformen, wenn ω nicht nahe an ω_k ist, etwa gleich stark ausgestrahlt und sie werden auch etwa gleich stark gedämpft, aber mindestens doppelt so stark wie die Grundform. Die Ausstrahlung dieser Oberwellenformen ist etwa doppelt so stark, wie die Ausstrahlung der Grundwellenform mit $\alpha_L \rightarrow 0$, [8] solange $\omega \gg \omega_k$ ist. Ist $\omega \approx \omega_k$, so ist die Ausstrahlung sehr gering. Nehmen wir z.B. eine Höhe der Ionosphäre von 70 km an, so ist $\lambda_k = 140, 70, 35$ km. Ist die aufgeprägte Wellenlänge etwa 20 km, so werden außer der Grundform auch diese 3 Oberwellenformen ausgestrahlt, die die ausgestrahlte Intensität etwa auf das 7-fache der Ausstrahlung der Grundform bringen. Aber bei großen Entfernungen z.B. 4000 km vom Sender verschwinden die Oberwellenformen praktisch wegen ihrer doppelt so großen Dämpfung, so daß nur die Grundform übrig bleibt. In größerer Nähe vom Sender kann aber durch sie die Intensität erheblich verstärkt werden. Nehmen wir als anderes Beispiel $H = 60$ km, so ist $\lambda_k = 120, 60$ und 30 km und es sei die ausgestrahlte Welle auch 30 km, dann fällt neben der Grundform die Oberwelle 30 km wegen $\lambda \approx \lambda_k$ praktisch aus und es bleiben nur die Oberwellenformen mit $\lambda_k = 60$ km und 120 km übrig, die die Nahintensität auf das fünffache der Grundwellenausstrahlung bringen. Schwankt aber nun die Höhe der Ionosphäre, so wird sich die Wellenform mit $\lambda_k = 30$ km mehr oder weniger stark bemerkbar machen und es kann dadurch zu erheblichen Intensitätsschwankungen des Empfangs kommen.

IV. Resonanzerscheinungen.

Wie schon erwähnt, sind Resonanzwirkungen durch den Faktor $\frac{1}{\sin v\pi}$ gegeben. Immer wenn (ohne Dämpfung) v gleich einer ganzen Zahl ist, wird die ausgestrahlte Energie unendlich groß, d. h. die Hohlraumschwingungen werden unendlich stark. Mit Dämpfung ist das natürlich nicht der Fall. Mit $v = v_r - j v_i$ wird

$$\sin v\pi = \frac{1}{2j} [\exp(v_i + j v_r)\pi - \exp(-(v_i + j v_r)\pi)].$$

Immer wenn $v_r\pi = g\pi$ ist, $g = 1, 2, 3 \dots$ ist

$$\sin v\pi = \frac{1}{j} \mathfrak{S} \sin(v_i\pi)$$

und wenn $v_r\pi = \left(g + \frac{1}{2}\right)\pi$ ist, z. B. durch Änderung der Frequenz, ist

$$\sin v\pi = \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}(v_i\pi),$$

wobei sich natürlich auch $v_i\pi$ wegen der Änderung der Frequenz geändert hat; aber diese Änderung ist

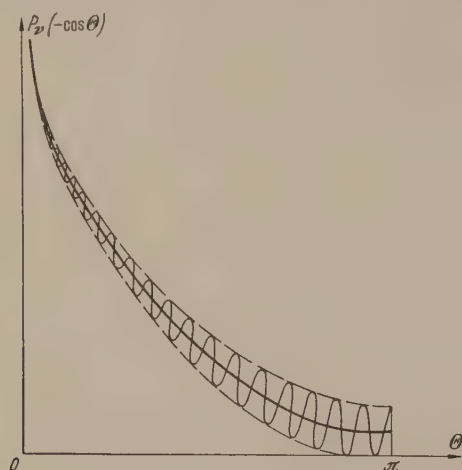


Abb. 2. Absolutwert der Funktion $P_r(-\cos \theta)$.

in der Nähe der Resonanzfrequenzen ω_R bei den gegebenen Werten von H, κ und ω_R unerheblich. Deswegen kann als angenähertes Maß der Resonanzintensität, d. h. des Anstiegs der Amplituden in Resonanznähe der Wert $\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}(v_i\pi)$ gewählt werden. Da die Dämpfung mit $\sqrt{\omega}$ anwächst, sind demnach Resonanzen nur für die niedrigsten Resonanzfrequenzen zu erwarten. Diese niedrigsten Resonanzfrequenzen treten nur auf im Falle des senkrechten elektrischen Dipols und bei der Feldform Nullter Ordnung mit $g=0$ [s. Gl. (30)], die vom Verfasser früher behandelt wurde [12]. Für diese Feldform, bei der E und H sich nur wenig mit r ändern, ergeben sich die niedrigsten Resonanzfrequenzen bei vernachlässigter Dämpfung, zu

$$\omega_R = \frac{c}{a} \sqrt{g(g+1)} \quad \text{d. h.} \quad \omega_R = \frac{c}{a} \sqrt{2}, \quad \frac{c}{a} \sqrt{6} \text{ usw.}$$

$$f_R = 10,6 \quad 18,4 \quad 26 \text{ P/s,}$$

wobei für $\omega \rightarrow \omega_R$ v in g übergeht. Der imaginäre Teil von v , der zugleich der räumliche Dämpfungsfaktor in bezug auf θ ist, beträgt für diese Feldform

$$v_i = -\frac{a}{2Hc} \sqrt{\frac{\omega}{2\mu\kappa}} \quad \text{und ergibt für die 3 angegebenen Frequenzen mit } \kappa = 10^{-4} \frac{\text{S}}{\text{m}} \text{ die Werte } 0,078, 0,103 \text{ und}$$

0,122 und es ist $\pi v_i = 0,242, 0,322$ und $0,384$, so daß

$$\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \pi v_i = 4,2 \quad 3,24 \quad \text{und} \quad 2,76$$

wird. In diesen niederen Frequenzgebieten sind demnach ausgeprägte Resonanzen zu erwarten, die auch auftreten [13]. Allerdings werden derart geringe Frequenzen nur von Naturvorgängen, wie z. B. Blitzen oder sonstigen meteorologischen Vorgängen erzeugt. Schon bei $f = 1640 \text{ P/sek}$, $\lambda = 183 \text{ km}$ wird $\pi v_i \sim 3$ und $\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} \pi v_i \approx 1$, so daß bei dem gewählten Wert von κ praktisch jede Resonanz verschwunden ist.

V. Interferenzvorgänge.

Ist die Dämpfung nicht so stark, daß die Funktion $P_r(-\cos \theta)$ aperiodisch wird, so sind Interferenzen, d. h. periodische Schwankungen der Intensität abhängig vom Abstand vom Sender zu erwarten. Die Funktion $P_r(-\cos \theta)$ Gl. (19) kann auch geschrieben werden

$$P_r(-\cos \theta) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi v \sin \theta}} \times \left\{ \exp j \left[n(\pi - \theta) - \frac{\pi}{4} \right] + \exp -j \left[n(\pi - \theta) - \frac{\pi}{4} \right] \right\}$$

und wenn $n = v_r - j v_i$ ist, wird

$$|P_r(-\cos \theta)| = \sqrt{\frac{2}{\pi |v| \sin \theta}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} 2 n_i(\pi - \theta)} \times \sqrt{1 + \frac{\cos 2 \left[n_r(\pi - \theta) - \frac{\pi}{4} \right]}{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f}^2 2 n_i(\pi - \theta)}}.$$

Man hat hier in der komplexen Ebene zwei logarithmische Spiralen, die für $\theta = \pi$, am Gegenpol, mit gleichen Werten beginnen, $P_r(-\cos \theta) = 1$ für $\theta = \pi$, und wo mit abnehmendem θ gegen den Sender zu die eine Spirale exponentiell anwächst und die andere exponentiell abnimmt. analog wie man dies z. B. für die Spannungsverteilung einer am Ende offenen gedämpften Leitung findet oder einer Ringleitung, die an einer Stelle gespeist wird. Der Absolutwert von $P_r(-\cos \theta)$ verläuft danach etwa ähnlich Abb. 2.

Die prozentuellen Schwankungen sind am Gegenpol am stärksten und nehmen gegen den Sender immer mehr ab. In unmittelbarer Nähe des Senders wird $\theta \rightarrow 0$ und es ist wieder $\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} n_i\pi$ maßgebend für die Größe der auftretenden Schwankungen. Je weiter man vom Sender weggeht, desto größer werden relativ die Schwankungen und um so besser reflektiert scheinbar die Ionosphäre. Geht man wieder von einem Wert $n_i \approx -\frac{a}{2Hc} \sqrt{\frac{\omega}{2\mu\kappa}}$ für die Grundwelle aus, mit $\kappa = 10^{-4} \text{ S/m}$ und $H = 70 \text{ km}$, so ergibt sich für kleinere Schwankungen im exponentiellen Anstieg

$$\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{f} n_i\pi = 1 - \frac{1}{10}, \quad 1 - \frac{1}{100}, \quad 1 - \frac{1}{1000} \quad \text{und} \quad 1 - \frac{1}{10000}$$

eine Frequenz von

$$f = 392 \quad 1168 \quad 2575 \quad 4350 \text{ P/s}$$

und eine Wellenlänge von

$$\lambda = 765 \text{ km} \quad 259 \quad 116 \quad 69 \text{ km.}$$

an hätte danach bei einer Wellenlänge von ~ 100 km
r Schwankungen von 10% bis $\frac{1}{10}\%$ zu erwarten.
a stärkere Schwankungen offenbar beobachtet
orden sind, scheint es darnach, daß der Wert des
itwertes der Ionosphäre zu niedrig angesetzt ist.
chon bei Vervielfachung dieses Wertes $\kappa = 4 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}$
würden sich Werte der Wellenlängen ergeben von

$$\lambda = 189 \quad 65 \quad 29 \quad 17 \text{ km,}$$

e besser in den Rahmen des Beobachteten fallen und
i Wellenlängen von etwa 20 km Schwankungen um
 $10\% - 100\%$ ergeben würden. Es ist ja außerdem zu
berücksichtigen, daß wegen des Faktors $\sqrt{\frac{1}{\sin \Theta}}$ der
ert von P , in der Nähe des Senders sehr stark ansteigt,
daß die absoluten Unterschiede trotz der geringen
prozentuellen Schwankungen recht groß werden
önnen — für 100 km Entfernung ist $\frac{1}{\sqrt{\sin \Theta}} = 6,38$
r 900 km gleich 2,19.

Je weiter man vom Sender entfernt ist, desto grö-
er werden die prozentuellen Schwankungen, aber
egen der starken Dämpfungen werden die absoluten
erte von P , schließlich so klein, daß die Schwankun-
en nur schwer zu messen sind. Am besten geeignet
r die Messung dieser Interferenzen sind die Ober-
ellenfeldformen mit

$$\lambda_k = \frac{2H}{g} = 140 \text{ km } (g = 1),$$

deren Dämpfung doppelt so groß ist, wie die der
rundschiwingung [Gl. (35)], wenn ω nicht zu nahe an
 ω_k liegt und deren räumliche Wellenlänge in km
leich

$$A_g = \frac{2\pi a}{n_r} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_k}{\omega}\right)^2}}$$

enn λ_0 die Vakuumwellenlänge der Frequenz ω ist.
us der Messung von A_g läßt sich $\omega_k = \frac{\pi g c}{H}$ berechnen
nd damit die Höhe der Ionosphäre H bestimmen.
ollten magnetische Longitudinalwellen auftreten
Gl. (18)], so ist bei deren geringer Dämpfung für
 $\gg \omega_k$ ein besonders starker Effekt zu erwarten.

Je nachdem wie nahe ω an einem der ω_k liegt,
ssen sich längere oder kürzere räumliche Schwan-
ngswellen feststellen. Die in Hohlleitern auftreten-
en Oberwellenformen (modes) können ja bekannt-
h auch immer abgeleitet werden aus ebenen Wellen,
e an den Wänden hin und her reflektiert werden [14].

VI. Der Blitz als aufgeprägter Dipol.

Die Ausbreitung der Zeichen eines vertikalen
Blitzes, z. B. als DIRACimpuls des Stromes aufgefaßt,
ist in den schon zitierten Arbeiten [8] für die Grund-
form des Feldes diskutiert worden. Für nicht so
große Entfernungen tragen nach dieser Arbeit außer-
dem noch die Felder der Oberwellenformen erheblich
bei, d. h. ein Blitz sendet eine endliche Summe dis-
kreter Signale aus. Die Oberwellensignale breiten sich
„langsam“ im Verhältnis zur Grundwelle aus. In
großen Entfernungen verschwinden die Oberfelder
wegen ihrer größeren Dämpfung und es bleibt nur die
Grundwelle übrig.

Bei einem horizontalen Blitz hätte man nach un-
serer Näherung zunächst keine Frequenzen unter
 $f_1 = \frac{c}{2H} = 3330 \text{ P/sec}$ zu erwarten. Es treten nur
Oberfelder auf, von denen das erste mit f_1 am schwäch-
sten gedämpft ist.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß für „lange“ elektrische Wellen
im km-Gebiet für die Oberwellenformen (Modes) die
Erdkrümmung vernachlässigt werden darf und daß
dadurch die sonst auftretenden radialen BESSELFunk-
tionen durch Exponentialverteilungen ersetzbar sind.

Für den elektrischen und den magnetischen ver-
tikalen Dipol werden nach der Methode der singulären
Eigenfunktionen die Ausbreitungseigenschaften und
die Ausstrahlungsintensitäten für diese Oberfelder be-
stimmt und einige Folgerungen für die Ausbreitung
von Blitzsignalen gezogen.

Literatur. [1] s. z. B. A. SOMMERFELD: Partielle Diffe-
rentialgleichungen, 120 (1947). — [2] s. z. B. H. BREMMER:
Terrestrial Radio Waves. Elsevier, 16 (1949). — [3] s. z. B.
W. O. SCHUMANN: Elektrische Wellen. C. HANSER, 327 (1948).
— [4] s. F. EMDE: Funktionentafeln, 276 (1933). — [5] Phil.
Mag. Ser. 7, Vol. 41, 1259 (1950). — [6] W. O. SCHUMANN:
Elektrische Wellen. C. HANSER, 150 (1948) — [7] s. A. SOM-
MERFELD: Partielle Differentialgleichungen, 218. — [8] II
Nuovo Cimento 9, 1116 (1952). — Z. angew. Phys. 4, Heft 12,
474 (1952); Naturw. 39, 475 (1952); Bayer. Akad. d. Wiss. 7,
11 (1952). — [9] s. W. O. SCHUMANN: Elektrische Wellen.
C. HANSER, 149 (1948). — [10] s. W. O. SCHUMANN [8]. —
[11] W. O. SCHUMANN [8]. — [12] s. W. O. SCHUMANN [8]
und Z. f. Naturforsch. 7a, 149 (1952). — [13] Nach Beob-
achtungen im Elektr. Phys. Inst. der TH. München. —
[14] s. z. B. W. O. SCHUMANN: Elektrische Wellen, 66 u. 136.

Prof. Dr. W. O. SCHUMANN,
Elektrophysikalisches Institut der T. H. München.

Berichte.

Fortschritte auf dem Gebiet des Dia- und Paramagnetismus*.

Von GEORG JOOS, München.

Mit 9 Textabbildungen.

(Eingegangen am 2. Oktober 1953.)

1. Einleitung.

Die AMPÈRESche Vorstellung von inneratomaren
Strömen, die teils von Anfang an vorhanden und im
Magnetfeld teilweise ausgerichtet (Paramagnetismus),
teils beim Einschalten induziert (Diamagnetismus)

sind, stellt, in die Sprache der Elektronenbahnen über-
setzt, noch heute den einen Pfeiler unserer Kenntnis
der magnetischen Vorgänge dar, der andere ist die
Tatsache, daß alle Elementarteilchen selbst einen
mechanischen Drall, Spin genannt, und ein ma-
gnetisches Moment besitzen. Der genauen Ermittlung
dieser Momente der Elementarteilchen gilt daher der

* Vortrag auf der Innsbrucker Physikertagung 1953.

1. Teil des Berichts, während im 2. und 3. Teil die Erklärung der mannigfaltigen magnetischen Erscheinungen mit Ausnahme des Ferro- und Antiferromagnetismus, die Gegenstand besonderer Berichte sind, auf dieser Grundlage gegeben werden wird.

2. Magnetische Momente der Elementarteilchen.

Wenn aller Magnetismus von umlaufenden Punktladungen herrühren würde, müßte der einfache Zusammenhang zwischen magnetischem Moment m und mechanischem Drall b gelten

$$m = \frac{e}{2mc} b \quad (1)$$

(e Ladung, m Masse des Teilchens, c Lichtgeschwindigkeit, Formeln im abs. GAUSSschen Maß-System geschrieben).

Da der Drall eine quantenmechanische Einheit $h/2\pi$ hat, gibt es ein Elektronenmagneton, BOHRsches Magneton genannt,

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_e c} \quad (2)$$

und ein Protonenmagneton, kurz Kernmagneton genannt,

$$\mu_K = \frac{eh}{4\pi m_p c} \quad (3)$$

Alles wäre sehr einfach, wenn nicht zwischen den mechanischen und magnetischen Eigenmomenten der Teilchen ein Zusammenhang bestünde, der die Hinzufügung eines Anomaliefaktors g auf der rechten Seite von (2) und (3) erforderte. Dieser Faktor g wurde von LANDÉ vor 30 Jahren bei der Theorie des

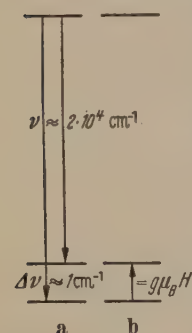


Abb. 1. Schema der g -Bestimmung bei $\Delta\nu/\nu = 10^{-6}$. a) optisch: Fehlergrenze $\Delta\nu = 2 \cdot 10^{-2}$; b) mit Mikrowellen: $\Delta\nu = 10^{-6}$.

ZEEMAN-Effekts von Spektrallinien eingeführt und es galt als eine der gesichertsten Tatsachen der Atomphysik, daß der g -Faktor für den Spin des Elektrons genau 2 beträgt. Die neuen um viele Zehnerpotenzen genaueren Meßmethoden ergeben aber, wie wir sehen werden, eindeutig einen um etwa $10/100$ größeren Wert und die in der Schönheit ganzer Zahlen ausgedrückte Harmonie der Welt, die SOMMERFELD so sehr begeisterte, ist wie einst bei KEPLER, durch die Verfeinerung der Beobachtung und der Theorie zerstört. Während man früher die g -Faktoren aus der Analyse des ZEEMAN-Effekts einer ins Sichtbare oder U. V. fallenden Spektrallinie erhielt, wobei trotz des hohen Auflösungsvermögens der Spektralapparate von etwa 10^6 der g -Wert selbst nicht genauer als etwa auf 1% ermittelt werden kann, leistet die cm-Wellentechnik bei etwa gleichem Auflösungsvermögen außerordentlich viel mehr, weil jetzt Übergänge zwischen den ZEEMAN-Stufen selbst gemessen werden können und damit der g -Wert mit dem vollen Auflösungsvermögen herauskommt, während bei der optischen Methode der g -Wert als Differenz zweier großer Zahlen herauskommt, seine Genauigkeit damit nur etwa 10^{-2} beträgt. Die Verhältnisse ersieht man am klarsten an der schematischen Abb. 1.

Die Energiedifferenzen des Grundzustandes eines Atoms betragen im Magnetfeld ganze Vielfache von $g\mu_B H$. Die Übergänge zwischen diesen Stufen

$$\nu = g\mu_B H/h \quad (4)$$

entsprechen bei Feldern von einigen tausend Oerstedt cm-Wellen. Die durch das hochfrequente Feld bewirkten Übergänge in energetisch höheren Stufen entziehen diesem Feld Energie, was sich durch eine erhöhte Dämpfung eines mit dem betreffenden Stoff gefüllten im statischen Magnetfeld befindlichen Hohlleiters bemerkbar macht. Durch Variation des Magnetfelds kann man auf diese Resonanzstelle einstellen und erhält aus der Frequenz unmittelbar $g\mu_B H/h$. Da aber weder der Zahlwert von μ_B/h noch das Magnetfeld H mit der Genauigkeit bekannt sind, welche die Frequenzmessung an sich liefert, wurden hauptsächlich in der RABISchen Schule und an der Harvard [1] Sätze von Verhältnissen von g -Werten aufgenommen, denen eine viel höhere Genauigkeit zukommt. Die erste derartige Relativmessung wurde von KUSCH und FOLEY [2] an den beiden Komponenten des Grundzustands von Gallium $^2P_{3/2}$ und $^2P_{1/2}$, welche infolge verschiedener Orientierung von Bahndrall und Spin verschiedene resultierende g -Werte haben, vorgenommen. Es ergab sich für das Elektron mit Sicherheit eine Abweichung von 2 in Höhe von $1,40/100$. Auch Messungen an Strahlen langsamer Elektronen, verglichen mit Protonen, gelangen [3]. Die zahlreichen Kombinationen ergeben ein widerspruchsfreies System, wenn für die Bahnbewegung exakt $g = 1$ gesetzt wird. Für die Elementarteilchen ergibt sich mit dem Spinwert $1/2$ $h/2\pi$

$$\text{Elektron } g_s = 2(1,001146 \pm 0,00003) \text{ d. h.}$$

$$\mu_{el} = 1,001146 \mu_B \quad (4)$$

$$\text{Proton } g = 5,5856 \pm 0,002 \text{ d. h.}$$

$$\mu_p = 2,7928 \mu_K \quad (5)$$

Am Rande bemerkt sei, daß nach einer etwas anderen Methode [4] der g -Faktor des Neutrons

$$g_n = -3,82614 \pm 0,00012, \mu_n = -1,91307 \mu_K \quad (6)$$

ist, wobei das negative Zeichen sagt, daß sich das Neutron so verhält, als ob negative Ladung kreisen würde.

Das erstaunliche ist nun, daß die Quantenelektrodynamik in der SCHWINGERSchen Form, die trotz der bekannten Konvergenzschwierigkeiten in der Modifikation der Wasserstoff-Feinstruktur, der sogenannten Lamb-shift, ihren ersten Erfolg buchte, nach Rechnungen von KARPLUS und KROLL [5] den Wert

$$g_s = 2 \cdot 1,0011454 \quad (7)$$

liefert, der also auf 10^{-6} mit dem experimentellen Wert übereinstimmt.

Über den Kernmagnetismus wurde schon mehrfach vorgetragen, deshalb wollen wir uns mit der Angabe der neuesten g -Werte für Proton und Neutron begnügen. Erwähnt sei nur, daß hier noch kein Ansatz existiert, der diese Werte erklären könnte.

3. Der Diamagnetismus.

Wenn wir nun versuchen, die magnetischen Eigenschaften durch die Einwirkung des Magnetfelds auf Bahnen und Spins der Elektronen zu verstehen, so scheint der Diamagnetismus der einfachste Fall zu sein. In der Tat hat sich bei gebundenen Elektronen die alte LANGEVINSche Formel für den Zusammenhang zwischen diamagnetischer Suszeptibilität und mittlerem Abstandsquadrat \bar{r}_e^2 der Elektronen vom Kern

$$\chi = -\frac{e^2 L}{6\pi m c^2} \sum \bar{r}_e^2 \quad (8)$$

bestens bewährt. Je besser man die Größe $\Sigma \bar{r}_i^{-2}$ berechnen kann, um so besser wird diese Beziehung erfüllt. Überraschungen gibt es aber bei den freien Leitungselektronen. Obwohl der hier bei tiefen Temperaturen auftretende merkwürdige Effekt schon vor 20 Jahren von DE HAAS und VAN ALPHEN entdeckt wurde, sind gerade in letzter Zeit wichtige Arbeiten dazu erschienen, die ein näheres Eingehen auf diese Erscheinung rechtfertigen. Es handelt sich um eine bei Einkristallen nachweisbare periodische Abhängigkeit der diamagnetischen Suszeptibilität vom Feld.

Dieser typisch quantenmechanische Effekt, der immer dann auftritt, wenn ein Energieband schwach besetzt ist, ist wie alle solche Effekte kaum anschaulich zu erklären. Das wesentliche gab bereits PETERLS [6] bald nach seiner Entdeckung: Erst die Quantentheorie gibt überhaupt einen Beitrag der Leitungselektronen zum Diamagnetismus und zwar nach einer Rechnung von LANDAU gerade ein Drittel des Beitrags, den die Spins zu dem wegen der FERMI-Statistik temperaturunabhängigen Paramagnetismus der Leitungselektronen liefern [7]. Da die Elektronen im Magnetfeld periodische Bahnen beschreiben, unterliegen diese einer Quantenbedingung und die Energie lautet

$$E = (2n + 1) \mu' H + \frac{1}{2m'} p_z^2; \mu' = \frac{e \hbar}{4 \pi m' c} \quad (9)$$

Dabei ist m' die in der Theorie der Metallelektronen eingeführte zum Impuls p_z gehörende effektive Elektronenmasse, die bei Auftreten des Effekts klein sein muß. Bei einem bestimmten Wert von H gehören im Volumen V zwischen p_z und $p_z + dp_z$ noch

$$dN = \frac{e H V}{h^2 c} dp_z \quad (10)$$

Eigenwerte zu der magnetischen Quantenzahl n . Wir können nun den Gang der Suszeptibilität verfolgen, wenn wir folgende energetische Betrachtung zugrunde legen: Bekanntlich ist bei Füllung des Raums mit einem Medium der Suszeptibilität χ die magnetostatische Energie

$$u = u_0 - \chi H^2, \quad du = -2 \chi H dH \quad (u_0 \text{ Vakuumenergie}). \quad (11)$$

Bei negativem χ (Diamagnetismus) nimmt also die Energie zu. Gehen wir nun von einem großen Wert von H aus, so haben wir die zu verschiedenen Werten von n gehörenden Energiebereiche von unten her mit Elektronen zu besetzen. Bei großem H haben wir bereits im untersten Bereich genügend Plätze. Lassen wir nun H abnehmen so nimmt nach (10) die Zahl der Plätze ab, wir müssen einige Elektronen ins nächst höhere Band bringen. Das bedeutet aber, daß mit abnehmendem Feld die Energie zunimmt, d. h. χ hat das Zeichen gewechselt. Wegen der Abnahme von H selbst kommt aber bei weiterer Feldverkleinerung der Augenblick, wo u wieder abnimmt, dann gibt es wieder eine Feldstärke, wo der nächsthöheren Energiebereich besetzt werden muß (vgl. Abb. 2), usw. Charakteristisch für diese Theorie ist, daß die Nullstellen $H_0^{(m)}$ dieser periodischen Funktion die Beziehung

$$H_0^{(m)} = \text{const}/m \quad (m = 1, 2, 3 \dots) \quad (12)$$

erfüllen. Trägt man also den Kehrwert zu den Durchgängen durch den Mittelwert gehörenden Felds $H_0^{(m)}$ als

Funktion der ganzen Zahlen auf, so muß sich eine Gerade ergeben. Dies ist tatsächlich der Fall (Abb. 3). Der DE HAAS-VAN ALPHEN-Effekt wurde an Bi entdeckt und ist in der Zwischenzeit besonders eingehend an Zn und Sn untersucht worden [8].

Bei Zinn tritt noch eine Besonderheit auf: Hier gibt es zwei Bereiche, welche die Voraussetzungen des Effekts erfüllen mit etwas verschiedenen effektiven Massen, so daß Schwebungen entstehen (Abb. 4).

4. Paramagnetismus.

Wären die Träger der magnetischen Momente freie Atome, so müßte die durch die quantentheoretische Richtungsquantelung modifizierte LANGEVINsche Theorie der statistischen Einstellung der Dipole, deren Momente aus den Spektren und der Systematik des Atombaus bekannt sind, die paramagnetische Suszeptibilität als Funktion von H/T liefern. Da aber die interessanten Erscheinungen bei hohen Werten von H/T auftreten, die nur durch Verkleinerung von T erreicht werden können, werden notwendigerweise alle Untersuchungen an festen Körpern vorgenommen und hier tritt eine Fülle verwickelter Erscheinungen durch die Felder der Nachbarbausteine des Kristalls auf. Da die elektrischen Felder der umgebenden Ionen nur an den Bahnmomenten des paramagnetischen Ions angreifen, sind die Verhältnisse verhältnismäßig einfach bei Ionen ohne Bahnmomente,

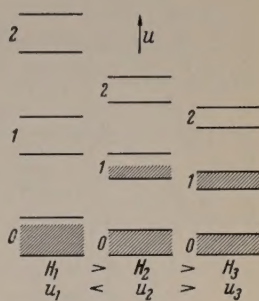


Abb. 2. Schema zur Erklärung des DE HAAS-VAN ALPHEN-Effekts. (Besetzte Bänder schraffiert).

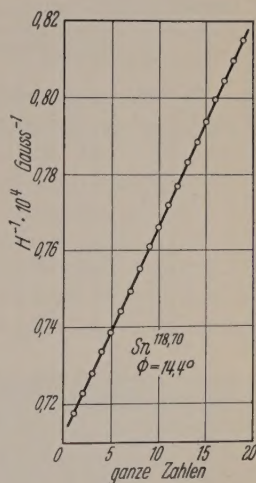


Abb. 3. Die zu den 'Nulldurchgängen' gehörenden reziproken Feldstärken in Abhängigkeit von den ganzen Zahlen.

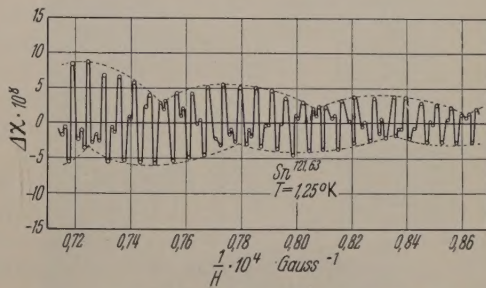


Abb. 4. Feldstärkenabhängigkeit der Suszeptibilität von Zinn.

d. h. bei Ionen im S-Zustand. Dies ist in der Reihe der seltenen Erden bei Gadolinium Gd^{+++} , in der Eisenreihe bei Mn^{++} und Fe^{+++} der Fall. In der Eisenreihe, wo die für den Magnetismus verantwortliche Elektronengruppe nicht wie bei den seltenen Erden durch eine äußere Gruppe geschützt ist, wird aber die Störung durch die Nachbarionen so stark, daß mit Ausnahme der letzten Elemente die Bahnmomente völlig zerstört werden und man auch bei diesen Ionen wenigstens annähernd mit S-Zuständen

rechnen darf. Wie genau diese Ionen die quantentheoretische Funktion (BRILLOUIN-Funktion) befolgen, geht aus Abb. 5 hervor [9]. Bei den letzten Elementen der Reihe, wie Cu^{++} ist aber diese

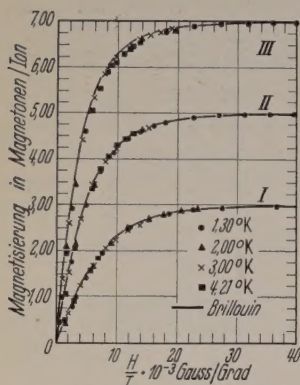


Abb. 5. Magnetisierung als Funktion von H/T . I. Kaliumchromalaun; II. Eisenammoniumalaun; III. Gadoliniumsulfatoctahydrat.

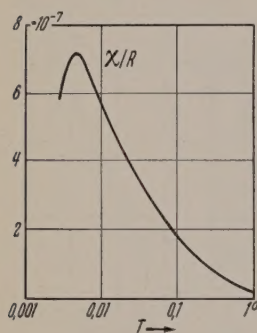


Abb. 6. Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität von Chromkaliumalaun zwischen 0,001° K und 1° K.

bei Koppelung der magnetischen Momente mit zunehmender Verdünnung der Fall sein müßte.

Aber auch bei den oben besprochenen Cr- und Eisensalzen, muß bei immer tieferen Temperaturen

Zerstörung der Bahnmomente nicht mehr vollständig und die Abhängigkeit von Feld und Temperatur ist nicht mehr so, daß die Magnetisierung als einheitliche Funktion von H/T — dies ist die Voraussetzung der Verwendbarkeit der Substanz für magnetische Kühlung — dargestellt werden kann [10] wie ja schon die einfache WEISS-Formel

$$\chi = C/(T - \Theta) \quad (13)$$

diese Form nicht hat. Daß in diesem Fall die Kristallfeldstörung und nicht die Wechselwirkung der magnetischen Momente die Ursache der Abweichungen ist, konnte ELLIOT [11] an Co-Salzen zeigen: CoCl_2 läßt sich isomorph in ZnCl_2 und in CdCl_2 einbauen. Dabei wird die Form der Magnetisierungskurve nicht wesentlich geändert, was

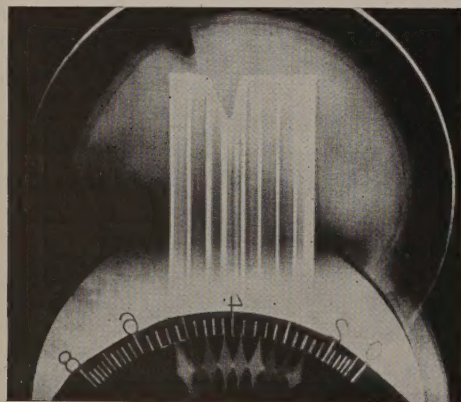


Abb. 7. Paramagnetische Resonanzkurve auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre (Die Zeiger geben den Magnetstrom an, der jeweils zu den verstärkten senkrechten Strichen gehört) [17].

sich eine Wechselwirkung der magnetischen Dipole bemerkbar machen, wie sie sich schon in dem klassischen inneren Feld $4\pi/3 P$ ausdrückt. Bereits dieses Feld müßte einmal z. B. bei den Chrom- und Eisensalzen zum Ferromagnetismus führen. Das Temperaturgebiet liegt aber unter 1° K. In dieses Gebiet

sind vor allem die Leydener Physiker mit ihren magnetischen Messungen vorgestoßen [12]. In der Tat treten unterhalb einer charakteristischen Temperatur Hysteresis-Erscheinungen auf. Aber es gibt eine Überraschung: Einmal müßte das kleine innere Feld in Konkurrenz treten zu dem „entmagnetisierenden Feld“ der Oberfläche, d. h. die CURIE-Temperatur müßte von der Form abhängen. Davon wurde aber beim Vergleich Kugel-Ellipsoid nichts gefunden. Zum andern aber weisen diese Substanzen bei etwa $5 \cdot 10^{-3}$ Grad abs. ein Maximum der Suszeptibilität auf. In der Originalarbeit ist wegen der bekannten Schwierigkeit der Temperaturmessung in diesem Gebiet die Suszeptibilität als Funktion der Entropie und die Entropie als Funktion der absoluten Temperatur entsprechend den wahren Messungen angegeben. Abb. 6 ist daraus abgeleitet worden. Ein solches Verhalten ist aber kennzeichnend für *antiferromagnetische* Stoffe, bei denen am CURIE-Punkt — in diesem Fall NÉEL-Punkt genannt — eine Ordnung mit paarweise entgegengesetzten Momenten einsetzt. So hält es DE KLERK für wahrscheinlich, daß diese Alaune bei einigen tausendstel Grad abs. nicht ferro- sondern antiferromagnetisch werden, d. h. daß die HEISENBERG'schen Austauschkräfte die klassischen Dipolkräfte überwiegen und zwar im Sinn des Antiferromagnetismus.

Eine ganz neues Gebiet paramagnetischer Forschung wurde aber durch die eingangs erwähnte em-Wellentechnik erschlossen: Während aus allen Ländern eine Riesenzahl von Veröffentlichungen vorliegt, ist in Deutschland infolge der Schwierigkeit, Generatoren für diese Wellen (Klystrons oder Magnetrons) zu bekommen, bisher nur in Frankfurt und München eine solche Anordnung aufgebaut worden. Das Prinzip der in der Ausführung sehr aufwendigen Apparatur ist sehr einfach: Ein Hohlraumleiter, meist Teil einer Brücke, wird dadurch gedämpft, daß in ihm Energieübergänge stattfinden, deren Quant $h\nu$ mit dem der erregenden Frequenz ν des Klystrons übereinstimmt. Bei den magnetischen Untersuchungen liegen die Dinge insofern etwas einfacher als man nicht die Frequenz des Klystrons zu variieren braucht, was bekanntlich nur in kleinen Bereichen geht, daß man vielmehr die Energiedifferenzen zwischen den ZEEMAN-Stufen durch Variation des Magnetfelds auf die Frequenz des Klystrons abstimmen kann. Am Ausgang der umfangreichen Apparatur erhält man auf dem Schirm eines Oscillographen eine vom Strahl überstrichene Fläche, deren Rand die Absorption als Funktion des Magnetfelds darstellt (Abb. 7). Natürlich gibt es viele Varianten dieser Methode. Da die Übergänge durch $h\nu = g\mu_B H_m$ gegeben sind (vgl. Abschnitt 2), gibt bei bekanntem Feld die Klystronfrequenz den Wert von g , wenn H_m die zur Maximalabsorption gehörende Feldstärke ist. Der Wert von g , der für den betreffenden Zustand gilt, setzt sich bei Vernachlässigung der Kristallfeldstörungen nach der bekannten LANDÉ'schen Formel aus den g -Werten für Bahn und Spin zusammen. Die Resonanzkurve gibt aber einen zweiten Parameter, der für die magnetische Strukturforschung ebenso wichtig ist wie der Wert von g : die Breite. Diese kommt durch mehrere Ursachen zustande, die sich aber trennen lassen. Diese sind: 1. die gegenseitige magnetische Beeinflussung der Dipole im klassischen

an. 2. Eine quantenmechanische Austauschwechselwirkung im Sinn der HEISENBERGSchen Theorie des Ferromagnetismus. Während die erste Wirkung eine Verbreiterung der Resonanzkurve verursacht, wirkt die zweite zwar an den Flügeln verbreiternd, in der Mitte aber umgekehrt, so daß man in Übereinstimmung mit der Beobachtung bei starker Austauschwechselwirkung eine schärfere Spitze bekommt. Beide Wirkungen nehmen mit zunehmender Verdünnung der magnetischen Ionen ab. Durch Extrapolation auf eine Konzentration null erhält man dann den dritten Effekt rein, dieser besteht in einer Verbreiterung durch den Energieaustausch zwischen dem Dipol-, Spin-System und dem Gitter. Durch die Absorption der elektromagnetischen Energie nimmt das Spin-System Energie auf, die sich aber rasch mit dem Gitter ins Gleichgewicht setzt. Diese Relaxationserscheinungen sind schon 1937 von den Holländern, insbesondere von GORTER [13] (experimentell) und von CASIMIR und DU PRÉ [14] (theoretisch) untersucht worden. Wenn die Austauschzeit, d. h., die Lebensdauer des angeregten Zustands des Spin-Systems sehr kurz ist, tritt nach allgemeinen quantenmechanischen Grundsätzen eine Verbreiterung ein, wobei die Halbwertsbreite des Magnetfelds in der Resonanzkurve $H_{1/2}$ mit der Relaxationszeit τ gemäß

$$\tau = 1,14 \cdot 10^{-7} / g \Delta H_{1/2} \quad (14)$$

sammenhängt. Ist die Relaxationszeit sehr klein, kann die Resonanzkurve bis zur Unkenntlichkeit verbreitert werden. Dies ist z. B. bei dem Turnbull-Blau $\text{Fe}_3[\text{Fe}^{\text{III}}(\text{CN}_6)_2]$ der Fall, im Gegensatz zum Berlinerblau $\text{Fe}_4[\text{Fe}^{\text{II}}(\text{CN}_6)_3]$, das eine gut auswertbare Resonanzkurve gibt, womit die Verschiedenheit der oft als identisch angesehenen Salze erwiesen ist [15]. τ nimmt mit sinkender Temperatur stark zu, vgl. Abb. 8 [16].

Die g -Werte selbst unterscheiden sich bei pulverförmigen Salzen der Eisenreihe meist nur wenig von 2, aber gerade diese kleinen Abweichungen geben wichtige Hinweise für die Strukturforschung. Sehr viel reicher sind aber Messungen an Einkristallen in verschiedenen Richtungen, die oft ganz verschiedene Werte ergeben. Bei den seltenen Erden wurde bisher eine recht gute Übereinstimmung des Paramagnetismus mit den Werten gefunden, die man aus dem atombauteoretisch bekannten Grundzustand unter Annahme der RUSSELL-SAUNDERS-Koppelung der magnetischen Spin- und Bahnmomente erhält. Wenn man aber die Störung der Bahnen durch ein Kristallfeld der entsprechenden Symmetrie in Rechnung bringt, ergeben sich z. B. bei den hexagonalen Aethylphosphaten von Ce^{+++} und Nd^{+++} ganz verschiedene Werte parallel und senkrecht zur Achse, wie folgende Tabelle zeigt [18]

Ce^{+++}		Nd^{+++}	
a	b		
g_{11} ber. 0.955	3.72	3.57	
beob. 0.955	3.725	3.535	
g_{12} ber. 2.185	0.22	2.11	
beob. 2.185	0.20	2.073	
g^* 6/7		8/11	

Bei Ce müssen zwei nur 3 cm^{-1} auseinanderliegende Komponenten a und b des Grundzustandes berücksichtigt werden. Mit g^* ist der isotrope aus der Atomsystematik gefundene g -Wert bezeichnet. Daß

bei Pulvern die Rechnung mit dem isotropen g -Wert überhaupt annähernd richtige Resultate liefert, deutet auf die Gültigkeit eines g -Sommensatzes hin, wie er in ähnlicher Form bei der Umwandlung von ZEEMAN-Typen längst bekannt ist.

Das erstaunlichste ist nun die von PENROSE [19] entdeckte Hyperfeinstruktur der Resonanzkurve, die selbst wohlgemerkt nur den minimalen Energieunterschied zweier verschiedener Spineinstellungen im Feld darstellt. Die H. F. S. hat zwei Ursachen:

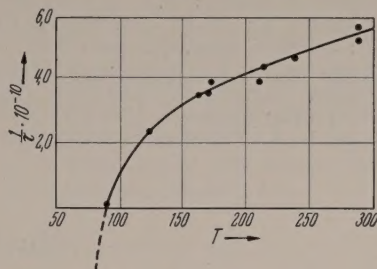


Abb. 8. Abhängigkeit der Relaxationszeit τ von der Temperatur bei Tuttonsalzen (nach BAGGULEY [16]).

einmal kann eine Kristallfeldaufspaltung vorliegen, zum andern aber eine Aufspaltung durch verschiedene Einstellungen eines Kernspins. Bei Mn^{++} liegt beides vor, zum Glück ist die Kristallfeldaufspaltung wieder klein gegen die Kernmomentaufspaltung.

In einer zur Verminderung der magnetischen Kopplungsverbreiterung sehr verdünnten Lösung von Manganochlorid erhielten TINKHAM, WEINSTEIN und KIP [20] folgende Resonanzkurve (Abb. 9). Die 6 Komponenten entsprechen den 6 möglichen Einstellungen des Kernspins $5/2$ des Mangankerns. Dasselbe Bild ergibt sich nach HERSHBERGER und LEIFER [21] auch bei mit Mangan aktivierten Zinksulfid-Phosphoren, wenn das Manganion in kubisches ZnS eingebaut ist. Wird es dagegen in hexagonales Zinksulfid eingebaut, so spaltet jede Komponente noch einmal in 5 Linien auf, sodaß die Resonanzkurve 30 Maxima hat. Offenkundig ist diese Aufspaltung durch das Kristallfeld bedingt. Bemerkenswert ist bei diesen Messungen die außerordentliche Empfindlichkeit der Methode. In den Mn-Phosphoren waren 10^{-11} Mole Mn noch nachweisbar. Diese hohe Empfindlichkeit ermöglichte es z. B., den g -Wert für die Farbzentren spielend zu ermitteln [22], deren magnetisches Verhalten von meinem Mitarbeiter JENSEN [23] vor vielen Jahren in außerordentlich mühsamen magnetischen Drehwaagen-Messungen als das freier Elektronen bzw. von Atomen im S-Zustand ermittelt wurde.

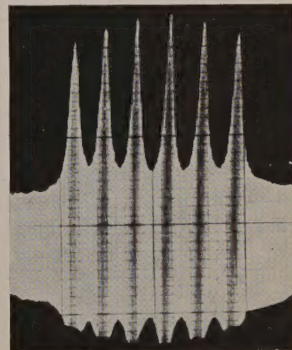


Abb. 9. Hyperfeinstruktur der paramagnetischen Resonanzkurve einer 0.15 molaren MnCl_2 -Lösung bei 80°C .

Diese Beispiele zeigen wie außerordentlich anwendungsfähig diese erst in den allerletzten Jahren entwickelte Magnetospektroskopie ist. Dabei sind alle die Ergebnisse nicht erwähnt worden, welche sich auf Stoffe mit starker magnetischer Austauschenergie beziehen, d. h. auf ferromagnetische und antiferro-

magnetische Stoffe, die in anderen Berichten [24, 25] in dieser Zeitschrift behandelt werden.

Literatur. [1] KOENIG, S. H., P. KUSCH u. A. G. PRODELL: Phys. Rev. **88**, 191 (1952), dort ältere Lit. — [2] KUSCH, P. und H. M. FOLEY: Phys. Rev. **74**, 250 (1948). — [3] GARDNER, J. H.: Phys. Rev. **83**, 996 (1951). — [4] BLOCH, F., D. NIKODEMUS und H. H. STAUB: Phys. Rev. **74**, 1025 (1948). — [5] KARPLUS, R. und N. KROLL: Phys. Rev. **77**, 536 (1950). — [6] PEIERLS, R.: Z. f. Phys. **81**, 186 (1933); BLACKMAN, M.: Proc. Roy. Soc. A, **166**, 1 (1938); LANDAU, L. D.: Proc. Roy. Soc. A **170**, 341 (1939); — [7] LANDAU, L. D.: Z. f. Phys. **64**, 629 (1930). — [8] BERLINCOURT, G.: Phys. Rev. **88**, 242 (1952) (Sn). — [9] WARREN, E. HENRY: Phys. Rev. **88**, 559 (1952). — [10] HENRY, WARREN, E.: Phys. Rev. **87**, 1133 (1952). — [11] ELLIOT, N.: J. chem. phys. **21**, 890 (1953). — [12] DE KLERK, D.: Physics today, **6**, 4 (1953); DE KLERK, D. und R. P. HUDSON: Phys. Rev. **91**, 278 (1953). — [13] GORTER, C. J. und L. DE KRONIG: Physica **3**, 1009 (1937). — [14] CASIMIR, H. B. C. und F. K. DU PRÉ: Physica **5**, 1007 (1938). —

[15] Vgl. die Monographie von GORTER, C. J.: Paramagnetische Relaxation, Amsterdam, Elsevier Publ. Co. 1947. — [16] BAGULEY, D. M. S. und J. M. E. GRIFFITHS: Proc. Phys. Soc. A **65**, 594 (1952). — [17] Unveröffentlichte Messungen von LUTZE im Phys. Inst. der T. H. München. — [18] ELLIOTT, R. J.: Rev. mod. phys. **25**, 167 (1953). — [19] PENROSE, R. P.: Nature **163**, 992 (1949); BLEANEY, B. und R. P. PENROSE: Proc. Phys. Soc. A **60**, 395 (1948). — [20] TINKHAM, M., R. WEINSTEIN und A. F. KIP: Phys. Rev. **84**, 848 (1951). — [21] HERSHBERGER, W. D. und H. N. LEIFER: Phys. Rev. **88**, 714 (1952). — [22] SCOTT, A. B., J. HROSTOWSKY und L. BOPP: Phys. Rev. **79**, 346 (1950). — [23] JENSEN, P.: Ann. Phys. **34**, 161 (1939). — [24] OCHSENFELD, R.: Z. angew. Phys. **4**, 350 (1952). — [25] KERSTEN, M.: Erscheint demnächst in Z. angew. Phys. Ferner sei auf die zahlreichen Vorträge auf der Washington Conference on Magnetisme hingewiesen, die in Rev. of mod. phys. **25**, 1, 1953 erschienen.

Professor Dr. GEORG JOOS,
Physikalisches Institut der T. H. München

Buchbesprechungen.

Feldtkeller, R.: Einführung in die Theorie der Hochfrequenz-Bandfilter. Stuttgart: S. Hirzel Verlag 1953. VIII, 196 S. u. 110 Abb. DM 16.—.

Die „Einführung in die Theorie der Hochfrequenzbandfilter“ ist eine Neubearbeitung der „Rundfunk-Siebschaltungen“ in 4. Auflage. Gegenüber der früheren Auflage wurden nur die ersten Abschnitte unverändert übernommen, alles übrige wurde völlig neu geschrieben. Weggefallen ist das Kapitel „Einschwingvorgänge“ der früheren Auflage. Da die Hochfrequenzsiebschaltungen nur relativ sehr geringe Durchlaßbreite haben und unter besonderen Bedingungen des Betriebszustandes arbeiten müssen, ist es unbedingt notwendig, die Verluste in den Schaltmomenten von vornherein in Rechnung zu stellen. Deshalb wurden im ersten Kapitel die Verluste in den Schaltelementen besonders behandelt. Als Grundelement aller HF-Bandfilter werden dann die Eigenschaften eines Hochfrequenzschwingkreises zum Gebrauch der abgeleiteten Formeln zahlenmäßig durchgerechnet, was der Leser zum praktischen Gebrauch sehr begrüßen wird. Auch in den übrigen Kapiteln sind jeweils Abschnitte enthalten mit ausführlichen zahlenmäßigen Durchrechnungen. Die Verstärker mit einem Kreis, die zweistufigen Verstärker mit zwei Kreisen und die Bandfilter aus zwei gekoppelten Kreisen werden in aller Ausführlichkeit behandelt; ebenso mehrstufige Verstärker mit mehreren Kreisen mit möglichst flach verlaufender Verstärkerkurve (Potenzverstärker) oder solche mit gleich hohen Maxima und Minima (TSCHEBYSCHEFF-Verstärker), wie sie in der modernen Breitband-Übertragungstechnik von großer Bedeutung für die Übertragung von Fernsehsignalen sind. Am Schluß werden noch Bandfilter mit regelbarer Durchlaßbreite behandelt. Durch die Neubearbeitung wird der Leser in die Methode der Kennzeichnung eines HF-Bandfilters durch die komplexen Nullstellen der Übertragungsfunktion eingeführt. Die neue Entwicklung der Theorie der Verstärker mit mehreren getrennten und gegeneinander verstimmt Schwingkreisen, Arbeiten von BUTTERWORTH, SCHUMANN, LANDON und LINNEBACH, ist in dieser neuen Auflage als Grundlage verwendet worden.

So wird auch der Besitzer einer früheren Auflage viel Neues in der jetzigen finden und jeder, der mit Hochfrequenz-Bandfiltern zu tun hat, wird gern zu diesem Buch greifen.

E. LUTZE.

Reichardt, W.: Grundlagen der Elektroakustik. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G. 1952. VIII, 464 S. u. 309 Abb. Geb. DM 32.—.

Mit „Elektroakustik“ bezeichnet man heute manchmal das ganze Gebiet der Akustik (die ohne die elektrischen Hilfsmittel fast nie auskommt), Gegenstand des vorliegenden Buches ist jedoch das spezielle Gebiet der sog. „angewandten Akustik“. Auf eine Übersicht über die Probleme der Elektroakustik (1) folgen die Abschnitte: Physikalische Grundbegriffe (2) und Schallempfinden des Menschen (3) (z. T. in Verbindung mit

natürlichen und künstlichen Schallquellen); daran schließt sich der umfangreichste Abschnitt über die Schallwandler (4) mit eingehenden Betrachtungen über Strahlungsbedingungen mechanische Schwingungsgebilde, die verschiedenen Wandlerprinzipien und deren praktisch ausgeführte Formen. Den Schluß bilden die Artikel: Mikrofon-Einsatz (5), Beschallungstechnik (6), elektrische Schallübertragung (7) und Schallaufzeichnung (8), die den mannigfaltigen technischen Problemen der Alltagspraxis gewidmet sind und naturgemäß manche Dinge aus der Fernmeldetechnik enthalten.

Ref. hat die Empfindung, daß der Stoff bei einer späteren Auflage etwas straffer geordnet und z. B. Mikrofon- und Lautsprecher-Meßmethoden, magnetostriktive Wandler, Lichttonverfahren u. a. ausführlicher gebracht werden könnten. Mancher Leser wird vielleicht auch gegenüber einigen neueren Bezeichnungen (Standwert, Mitgang usw.) Bedenken haben. Bei Durchsicht des Literaturverzeichnisses fällt auf, daß dem Verfasser bedauerlicherweise die neuere westeuropäische und amerikanische Literatur offensichtlich nicht zugänglich ist.

Sehr gut erscheinen dem Ref. die Kapitel über geschlossene Räume, Kugelwelle (mit ihrem elektr. Ersatzschema!), Hallerscheinungen (mit dem leider selten gebrauchten Hallabstand und ausgezeichnet schließlich die kritische Gegenüberstellung der akustisch-mechanischen und elektromechanischen Analogien, deren Studium für ein wirkliches Verständnis der elektromechanischen Wandler sehr zu empfehlen ist (wenn man auch — wie H. HECHT sagt — „bereits den betreffenden Apparat kennen muß, um die Auswahl zwischen den möglichen Analogien treffen zu können“). Selbstverständlich sind auch neueste Entwicklungen beschrieben: Kugelwellentrichter, akustische Linsen, Einsatz von Richtstrahlern und gerichteten Empfängern. Das in ansprechendem Stil geschriebene Buch wird also sicher vielen Lesern mehr als nur eine gute Einführung in die angewandte Akustik vermitteln können.

R. BIERL.

Rothe, H.: Elektronenröhren-Physik. München: Franz. Verlag 1953. 278 S., 159 Abb. u. 1 Tafel. Geb. DM 16.80.

Der vorliegende Band enthält Arbeiten auf dem Gebiet der Röhrenforschung und der Steuerung von Entladungsströmen in Halbleitern, die in den letzten Jahren in den Röhrenlaboratorien der Telefunken G. m. b. H. durchgeführt worden sind. Es werden Fragen behandelt, die sich aus der Konstruktion und fabrikatorischen Weiterentwicklung der alten Röhrentypen ergeben und Fragen, die bei der Erfindung und Durchentwicklung völlig neuer Röhrentypen zur Erschließung der Gebiete höchster Frequenzen auftreten. Einige Arbeiten behandeln Probleme, die sich aus der Anwendung von Halbleitern ergeben. Es sind insgesamt 15 Arbeiten von verschiedenen Mitarbeitern von Telefunken. Der an der Röhrenentwicklung interessierte Leser wird die Zusammenstellung der Telefunken-Veröffentlichungen aus dem Jahr 1952/53 begrüßen.

E. LUTZE.